

## Übungen zur Vorlesung Effiziente Algorithmen

### Blatt 4

**Aufgabe P-15:** Fügen Sie in eine Hashtabelle der Größe 9 der Reihe nach die Schlüssel 5, 28, 19, 15, 20, 33, 12, 17, 10 ein. Kollisionen sollen durch verkettete Listen aufgelöst werden. Die Hashfunktion sei  $h(k) = 1 + (k \bmod 9)$ .

**Aufgabe P-16:** In der Vorlesung wurde angekündigt, dass bei Verwendung der Hashfunktion  $h(k) = 1 + (k \bmod 255)$  zwei im 256er System kodierte Zeichenketten denselben Hashwert bekommen, wenn sie sich nur durch eine Transposition unterscheiden. Z.B. haben TAUBE und BAUTE denselben Hashwert. Zeigen Sie dies.

**Aufgabe P-17:** In der Vorlesung wurde eine schnelle Implementierung der Multiplikationsmethode diskutiert. Begründen Sie ausführlich die Korrektheit dieser Implementierung.

**Aufgabe P-18:** In einer Anwendung einer offen adressierten Hashtabelle kann eine erwartete Zahl von 15 Versuchen pro Einfügung noch toleriert werden. Wie hoch darf man die Tabelle auslasten?

### Hausaufgaben:

**Aufgabe H-12:** Zeigen Sie, dass sogar zwei Zeichenketten, die Permutationen voneinander sind, also etwa TAUBE und TUBAE denselben Hashwert erhalten bei Zugrundelegung der Hashfunktion aus der Präsenzübung.

Skizzieren Sie eine praktische Situation, in der das unvorteilhaft ist.

(6 Punkte)

**Aufgabe H-13:** Betrachten Sie eine Hashtabelle der Größe  $m = 1000$  und die Hashfunktion  $h(k) = \lceil m(kA \bmod 1) \rceil$  für  $A = (\sqrt{5} - 1)/2$ . Berechnen Sie die Hashwerte der Schlüssel 61, 62, 63, 64, 65.

(4 Punkte)

**Aufgabe H-14:** Durch Messungen wurde festgestellt, dass die mittlere Suchdauer bei erfolgreicher Suche in einer gewissen offen adressierten Hashtabelle 4,3 beträgt. Geben Sie eine vernünftige Schätzung für den Lastfaktor dieser Tabelle.

(4 Punkte)

**Aufgabe H-15:** Fügen Sie die Schlüssel 10,22,31,4,15,28,17,88,59 der Reihe nach ein in eine offen adressierte Hashtabelle der Größe  $m = 11$  unter Verwendung der Hashfunktion  $h'(k) = (k \bmod 11) + 1$  und

1. Linearem Probieren
2. Quadratischem Probieren mit  $c_1 = 1, c_2 = 3$
3. Double Hashing mit  $h_1 = h'$  und  $h_2(k) = (k \bmod 10) + 1$ .

(6 Punkte)

**Aufgabe H-16: (Für Tüftler)** Betrachten Sie folgende Instanz einer Hashfunktion für Quadratisches Probieren:  $h(k, i) = 1 + (h'(k) + 1/2i(i + 1)) \bmod m$  wobei  $m$  eine Zweierpotenz ist.

Zeigen Sie, dass bei dieser Hashfunktion die Folge  $h(k, i)$  für  $i = 1, \dots, m$  tatsächlich eine Permutation von  $1, \dots, m$  ist, also dass jede Position irgendwann probiert wird.

(Keine Punkte, aber je eine Flasche „Corona“-Bier plus Namensnennung auf der Homepage für die ersten drei richtigen Lösungen.)

**Abgabe der Hausaufgaben:** Mittwoch, 22. 5. 2002, 10<sup>15</sup> Uhr.