

Übungen zur Vorlesung Effiziente Algorithmen

Blatt 8

Aufgabe P-33: Geben Sie eine Methode an, um von zwei sich nicht schneidenden Strecken a und b , die bei x vergleichbar sind, unter Benutzung des Kreuzproduktes in Zeit $O(1)$ zu entscheiden, ob $a \succ_x b$ oder $b \succ_x a$ gilt.

Aufgabe P-34: Folgende naheliegende Modifikation des Algorithmus `TEST-INTERSECT` wurde vorgeschlagen, um in einer Menge von Strecken alle Überschneidungen zu finden und diese in der Reihenfolge von links nach rechts auszugeben:

Nachdem eine Überschneidung gefunden wurde, soll der Algorithmus, statt abzubrechen, diese ausgeben, und anschliessend mit der nächsten Iteration der Schleife fortfahren.

- Geben Sie ein Beispiel an, bei dem die erste Überschneidung, die dieser Algorithmus ausgibt, nicht die am weitesten links stehende ist.
- Geben Sie ein weiteres Beispiel, bei dem dieser Algorithmus nicht alle sich schneidenden Paare findet.

Aufgabe P-35: Geben Sie einen Algorithmus an, der alle Überschneidungen in einer Menge von n Strecken in Zeit $O((n + k) \log n)$ findet, wobei k die Anzahl der Überschneidungen ist.

Aufgabe P-36: Berechnen Sie die konvexe Hülle der folgenden Menge von Punkten, je einmal mit *Graham's scan* und einmal mit *Jarvis' march*.

$$\{(-3, 3), (0, -2), (4, -2), (-1, 2), (2, -3), (2, -2), (2, 3), (2, 5), (3, 1)\}$$

Hausaufgaben:

Aufgabe H-30: Benutzen Sie den in der Vorlesung vorgestellten Algorithmus `TEST-INTERSECT`, um festzustellen, ob es unter den folgenden Strecken eine Überschneidung gibt:

$$\begin{array}{ccc} \overline{\left(\frac{1}{2}, -2\right) \left(\frac{3}{2}, 1\right)} & \overline{(-2, 1) \left(1, \frac{1}{2}\right)} & \overline{(-3, 1) (1, 2)} \\ \overline{(0, -3) (4, 1)} & \overline{\left(-1, \frac{5}{2}\right) (3, 1)} & \overline{(-4, -1) (1, 0)} \end{array}$$

(4 Punkte)

Aufgabe H-31: Sei eine Menge M von Punkten gegeben. Zeigen Sie, dass die zwei Punkte, die am weitesten voneinander entfernt liegen, Eckpunkte der konvexen Hülle von M sind.

(6 Punkte)

Aufgabe H-32: Stellen Sie die Berechnung der konvexen Hülle der folgenden Punktmenge mittels *Graham's scan* dar:

$$\{(2, -4), (1, 0), (-1, 4), (-3, -1), (4, 3), (4, 4), (3, 1), (-2, 5), (-4, -3)\}$$

(4 Punkte)

Aufgabe H-33: Die *Manhattan-Distanz* zweier Punkte (x_1, y_1) und (x_2, y_2) ist definiert als $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$.

Modifizieren Sie den in der Vorlesung angegebenen Algorithmus so, dass er unter einer Menge von Punkten diejenigen zwei findet, die in der Manhattan-Distanz am nächsten beieinander liegen.

(6 Punkte)

Abgabe der Hausaufgaben: Mittwoch, 26. 6. 2002, 10¹⁵ Uhr.