

Übungen zur Vorlesung **Typsysteme**

Blatt 4

Aufgabe P-11 (Typisierung): Geben Sie ein Effekt-Typ für folgendes Programm an:

$$\lambda r \lambda x. \text{let } inc = \lambda u. r := !r + x \text{ in } inc(); inc(); inc(); !r$$

Aufgabe P-12 (Fundamentallemma für logische Relationen): Beweisen Sie diesen Fall des Fundamentallemmas:

$$\frac{\Gamma, x : \tau \vdash t : \mathbb{T}_\varepsilon \tau'}{\Gamma \vdash \lambda x t : \mathbb{T}_\emptyset(\tau \rightarrow \mathbb{T}_\varepsilon \tau')}$$

Aufgabe P-13 (Korrektheit von Dead Code Elimination): Beweisen Sie semantische Korrektheit der Programmtransformation *dead code elimination*.

$$\frac{\Gamma \vdash t : \mathbb{T}_\varepsilon \text{unit}}{\Gamma \vdash t \equiv () : \mathbb{T}_\varepsilon \text{unit}} \text{writes}(\varepsilon) = \emptyset$$

Zeigen Sie also, dass die Bedeutungen von e und $()$ in der logischen Relation zu $\mathbb{T}_\varepsilon \text{unit}$ stehen.

Aufgabe P-14 (Unkorrekte Regionenmaskierung): Zeigen Sie durch Angabe eines Gegenbeispiels, dass folgende Maskierungsregel *nicht* korrekt ist:

$$\frac{\vdash t : \mathbb{T}_{\{\text{al}(r), \text{rd}(r), \text{wr}(r)\}}(\text{int} \rightarrow \mathbb{T}_{\{\text{rd}(r), \text{wr}(r)\}} \text{int})}{\vdash t : \mathbb{T}_{\{\}}(\text{int} \rightarrow \mathbb{T}_{\{\text{rd}(r), \text{wr}(r)\}} \text{int})}$$

Aufgabe H-11 (Subtyping, 6 Punkte): Zeigen Sie die Korrektheit des Subtyping bzgl. der relationalen Semantik: Falls $\tau <: \tau'$, dann $R_\tau \subseteq R_{\tau'}$.

Aufgabe H-12 (Fundamentallemma für logische Relationen, 6 Punkte): Beweisen Sie diese Fälle des Fundamentallemmas:

$$\frac{\Gamma(x) = \text{ref}_\ell \quad \Gamma(y) = \text{int}}{\Gamma \vdash x := y : \mathbb{T}_{\text{wr}(\ell)} \text{unit}} \quad \frac{\Gamma(x) = \text{ref}_\ell}{\Gamma \vdash !x : \mathbb{T}_{\text{rd}(\ell)} \text{int}}$$

Aufgabe H-13 (Korrektheit von Duplicated Code, 6 Punkte): Beweisen Sie die semantische Korrektheit der Transformation *duplicated code*.

$$\frac{\Gamma \vdash t : \mathbb{T}_{\varepsilon}\tau}{\Gamma \vdash (t, t) \equiv (\text{let } x = t \text{ in } (x, x)) : \mathbb{T}_{\varepsilon}\tau} \text{ reads}(\varepsilon) \cap \text{writes}(\varepsilon) = \emptyset$$

Aufgabe H-14 (Unkorrekte Regionenmaskierung, 2 Punkte): Sei $\varepsilon \setminus r := \varepsilon \setminus \{\text{rd}(r), \text{wr}(r), \text{al}(r)\}$. Zeigen Sie durch Angabe eines Gegenbeispiels, dass folgende Maskierungsregel *nicht* korrekt ist:

$$\frac{x : \text{ref}_r \vdash t : \mathbb{T}_{\varepsilon}\text{int}}{x : \text{ref}_r \vdash t : \mathbb{T}_{\varepsilon \setminus r}\text{int}}$$

Abgabe der Hausaufgaben H-X bis Freitag, 18.05. zum Beginn der Übungsstunde.