

Übungen zur Vorlesung Algorithmen und Datenstrukturen

Blatt 2

Aufgabe P-4: Führen Sie die Prozedur `BUILD-HEAP(A)` von Hand aus, mit folgendem Array `A` als Eingabe:

[40, 38, 8, 50, 45, 29, 16, 6, 8, 2, 13, 48, 39, 43, 49, 28, 15, 23]

Aufgabe P-5: Zeigen Sie, dass $\lfloor \text{heap-size}[A]/2 \rfloor$ der größte Index ist, der noch Nachfolger im Heap hat.

Aufgabe P-6: Entwerfen Sie eine Prozedur `HEAP-INCREASE-KEY(A, i, k)`, die im Heap `A` das Element `A[i]` durch $\max(A[i], k)$ ersetzt und die Heap-Eigenschaft erhält, und eine Laufzeit von $O(\log n)$ bei einem Heap der Größe `n` hat.

Aufgabe H-5: Entwerfen Sie eine Prozedur `HEAP-DELETE(A, i)`, die das Element `A[i]` aus dem Heap `A` entfernt und die Heap-Eigenschaft erhält. Zeigen Sie, dass Ihre Prozedur eine Laufzeit von $O(\log n)$ bei einem Heap der Größe `n` hat.

Aufgabe H-6: Betrachten Sie die folgende alternative Implementierung von `BUILD-HEAP`:

```
BUILD-HEAP(A)
  heap-size[A] ← 1
  for i ← 2 to length[A]
    do HEAP-INSERT(A, A[i])
```

- Erzeugt diese Prozedur bei jeder Eingabe dieselbe Ausgabe wie die in der Vorlesung vorgestellte Prozedur `BUILD-HEAP`? Beweisen Sie dies, oder geben Sie ein Gegenbeispiel an.

- Zeigen Sie, dass die obige Prozedur BUILD-HEAP im *worst-case* eine Laufzeit von $\Theta(n \log n)$ hat. (Dazu müssen Sie ein A angeben, für das der worst-case tatsächlich eintritt!)

Aufgabe H-7: Zeigen Sie, dass QUICKSORT bei Eingabe eines aufsteigend sortierten Arrays der Größe n (ohne Duplikate) eine Laufzeit von $\Theta(n^2)$ benötigt.

Aufgabe H-8: Betrachten Sie den folgenden Sortieralgorithmus:

```

STOOGESORT(A, i, j)
  if A[i] > A[j] then exchange A[i] ↔ A[j]
  if i + 1 ≥ j then return
  k ← ⌊(j - i + 1)/3⌋
  STOOGESORT(A, i, j - k)
  STOOGESORT(A, i + k, j)
  STOOGESORT(A, i, j - k)

```

- Begründen Sie, weshalb der Algorithmus das Eingabearray A korrekt sortiert.
- Bestimmen Sie die asymptotische Laufzeit von STOOGESORT (in O -Notation).

Abgabe bis Dienstag, 12. Mai, 14.15 Uhr in einer der Vorlesungen oder Übungen oder im dafür vorgesehenen Briefkasten in der Theresienstraße. **Bitte Namen und Übungsgruppe auf die Abgabe schreiben.**