

## Übungen zur Vorlesung Algorithmen und Datenstrukturen

### Blatt 4

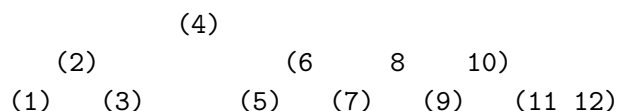
#### Aufgabe P-9:

- Zeigen Sie die Rot-Schwarz-Bäume, die entstehen, wenn man in einen anfänglich leeren Rot-Schwarz-Baum der Reihe nach die Schlüssel 41, 38, 31, 12, 19, 8 einfügt.
- Zeichnen Sie Rot-Schwarz-Bäume mit den Elementen 1 bis 15, jeweils mit maximaler und minimaler Höhe.

**Aufgabe H-12:** Wie gross ist die maximale Anzahl innerer (=beschrifteter) Knoten eines Baums mit Schwarz-Höhe  $h$ , der die Rot-Schwarz-Bedingung erfüllt? Beschreiben Sie für alle  $h$  eine konkrete Familie von Rot-Schwarz-Bäumen und der Schlüssel darin, die diese Anzahl realisiert.

**Aufgabe P-10:** 2-3-4-Bäume sind B-Bäume mit Verzweigungsgrad 2-4, d.h.  $t = 2$  und jeder Knoten hat zwischen einem und drei Schlüsseln (gilt auch für die Wurzel).

- Fügen Sie in einen leeren 2-3-4-Baum der Reihe nach die Schlüssel 1 bis 12 ein. Zeichnen Sie den Baum mindestens nach jeder Knotenteilung.
- Löschen Sie aus folgendem 2-3-4-Baum nacheinander die Schlüssel 9, 6, 8, 10, 2. Zeichnen Sie den Baum nach jedem Schritt.



**Aufgabe H-13:** Betrachten Sie B-Bäume von Grad  $t$ , wobei  $t$  beliebig, aber fest. Uns interessiert das asymptotische Laufzeitverhalten der Einfüge-Operation. (Jeweils mit informellem Beweis.)

- a) Die Einfügeoperation verwende *binäre Suche* innerhalb eines Knotens. Wie ist die asymptotische worst-case Laufzeit des Einfügens in einen B-Baum mit  $n$  Schlüsseln?
- b) Eine andere Implementation der Einfügeoperation verwende *lineare Suche*. Wie ist nun das asymptotische worst-case Verhalten?

**Aufgabe P-11:**

- a) Fügen Sie in eine Hashtabelle der Größe 9 der Reihe nach die Schlüssel 5, 28, 19, 15, 20, 33, 12, 17, 10 ein. Kollisionen sollen durch verkettete Listen aufgelöst werden. Die Hashfunktion sei  $h(k) = k \bmod 9$ .
- b) Fügen Sie die Schlüssel 10,22,31,4,15,28,17,88,59 der Reihe nach ein in eine offen adressierte Hashtabelle der Größe  $m = 11$  unter Verwendung der Hashfunktion  $h'(k) = k \bmod 11$  und quadratischem Sondieren mit  $c_1 = 1, c_2 = 3$

**Aufgabe H-14:** Betrachten Sie eine Hashtabelle der Größe  $m = 1000$  und die Hashfunktion  $h(k) = \lfloor m(kA \bmod 1) \rfloor$  für  $A = (\sqrt{5} - 1)/2$ . Berechnen Sie die Hashwerte der Schlüssel 61, 62, 63.

**Aufgabe H-15:** Ihr Microcontroller mit 16-Bit Recheneinheit soll die Hashfunktion  $h(k) = k \bmod 253$  berechnen.

- a) Zeigen Sie, wie dies für  $h(256^{33} \cdot 17)$  ohne Verwendung von Zahlen mit mehr als 16 Bit möglich ist.
- b) Formulieren Sie Ihr Verfahren aus a) allgemein als Algorithmus zur effizienten Berechnung von  $h(n^k \cdot x)$ ,  $n, k, x \in \mathbb{N}$  und begründen Sie die Korrektheit.

**Abgabe bis Donnerstag, 04. Juni, 14.00 Uhr** im dafür vorgesehenen Briefkasten in der Theresienstraße.