Institut für Informatik
der Universität München
Prof. M. Hofmann
Dr. Andreas Abel
Dipl. Inf. Roland Axelsson

SS 2009

11. Juni 2009

Übungen zur Vorlesung
Algorithmen und Datenstrukturen

Blatt 5

Aufgabe P-12:

a) Gegeben sei das Alphabet $\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ mit den folgenden Häufigkeiten:

$$a : 1\ ,\ b : 1\ ,\ c : 2\ ,\ d : 3\ ,\ e : 5\ ,\ f : 8\ ,\ g : 13\ ,\ h : 21\ .$$

Konstruieren Sie dafür einen optimalen Präfixcode.

b) Die Fibonacci-Zahlen F_n sind rekursiv definiert durch $F_1 = F_2 = 1$ und $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ für $n \geq 3$. Verallgemeinern Sie das Ergebnis von Teil 1 für ein Alfabet $\{a_1, \ldots, a_n\}$ mit n Buchstaben, bei dem der Buchstabe a_i mit Häufigkeit F_i auftritt, und beweisen Sie Ihre Behauptung.

Aufgabe P-13: Ich möchte mit dem Auto von Lissabon nach Tallinn fahren. Mein Tank fasst genügend Benzin, um n Kilometer zu fahren, und ich habe eine Karte, die alle Tankstellen auf der Strecke mit den Entfernungen dawischen anzeigt. Ich möchte so selten wie möglich zum Tanken anhalten.

Entwerfen Sie einen effizienten Algorithmus, der mir angibt, welche Tankstellen ich anfahren sollte, und zeigen Sie, dass Ihr Algorithmus eine minimale Lösung liefert.

Aufgabe P-14: Benutzen Sie den in der Vorlesung vorgestellten Algorithmus, um eine längste gemeinsame Teilfolge der Strings `rentner` und `generation` zu finden.

Aufgabe H-16: Verwenden Sie den in der Vorlesung vorgestellten Algorithmus, um eine optimale Klammerung zur Multiplikation von 6 Matrizen $M_1, \ldots, M_6$ mit den folgenden Dimensionen anzugeben:

$$M_1 : 5 \times 10,\ M_2 : 10 \times 3,\ M_3 : 3 \times 12,\ M_4 : 12 \times 5,\ M_5 : 5 \times 50,\ M_6 : 50 \times 6$$

Geben Sie auch die Tabelle an, die der Algorithmus aufstellt.

Aufgabe H-17: Gegeben sei eine Folge $A = \langle a_1, \dots, a_n \rangle$ von Zahlen. Verwenden Sie dynamische Programmierung, um einen Algorithmus zu konstruieren, der in Zeit $O(n^2)$ eine längste monoton wachsende Teilfolge, also eine längstmögliche Teilfolge $M = \langle m_1, \dots, m_k \rangle$ von A mit $m_1 < m_2 < \dots < m_k$ findet.

Aufgabe H-18:

a) Entwerfen Sie einen Greedy-Algorithmus für die folgende Variante des Auswahlproblems aus der Vorlesung: Es sei eine endliche Menge

$$\{(a_1, b_1), \dots, (a_n, b_n)\}$$

von Vorlesungen mit Anfangs- und Endzeitpunkt gegeben. Es soll eine Raumbelegung berechnet werden, die die Anzahl der benötigten Räume minimiert.

b) Begründen Sie, dass der Algorithmus aus a) die optimale Lösung findet.

Abgabe bis Donnerstag, 18. Juni, 14.00 Uhr im dafür vorgesehenen Briefkasten in der Theresienstraße.