Institut für Informatik
der Universität München
Prof. M. Hofmann
Dr. Andreas Abel
Dipl. Inf. Roland Axelsson

SS 2009

9. Juli 2009

Übungen zur Vorlesung
Algorithmen und Datenstrukturen

Blatt 9

Aufgabe P-22: Gegeben Sei ein gerichteter Graph $G = (V, E)$ mit einer Kantengewichtsfunktion $f : E \to [0, 1]$. Die Kanten stellen Verbindungen in einem Netzwerk dar, und $f(u, v)$ die Ausfallwahrscheinlichkeit der Verbindung (u, v), d.h. jede Verbindung (u, v) fällt unabhängig von den anderen mit Wahrscheinlichkeit $f(u, v)$ aus.

Geben Sie einen effizienten Algorithmus an, der zwischen zwei gegebenen Knoten s und t die zuverlässigste Verbindung, d.h. einen Weg mit minimaler Ausfallwahrscheinlichkeit, findet.

Aufgabe P-23: Eine Anwendung verwendet eine sortiertes Array mit konstant 10000 Einträgen. Messungen haben ergeben, dass 80% der Anfragen nur auf 22% der Einträge zugreifen. Es wird vorgeschlagen, das Array aufzuteilen in eines mit 2200 und eines mit 7800 Einträgen, beide für sich sortiert. Bei der (binären) Suche nach einem Element wird nun erst im kleines Array gesucht, und wenn erfolglos, im zweiten.

Analysieren Sie sowohl die Worst-Case- als auch die Average-Case-Komplexität der alten und der neuen Variante (Anzahl der Vergleichsoperationen). Hinweis: Nicht die asymptotische Komplexität, die ist nämlich $O(1)$!

Aufgabe P-24: Es sei eine Datenstruktur gegeben, die Elemente in einem Array `table` der Größe `size` speichert und die INSERT-Funktion unterstützt. Dabei sei `num` die Anzahl der schon beschriebenen Einträge.

```
insert (int x) {
  if (num == size) {
    newTable = new int[2*size];
    for (i = 0; i < size; i++)
      newTable[i] = table[i]
    table = newTable;
    size = 2*size;
```

```
  }
  table[num] = x;
  num = num + 1;
}
```

D.h., wenn das Array voll ist, wie ein neues mit doppelter Länge erzeugt und umkopiert.

Zeigen Sie mit der Aggregat- *und* der Potentialmethode, dass das Einfügen eines Elements amortisiert in $O(1)$ möglich ist.

Aufgabe H-26: Ein Automat für Getränke kann als Wechselgeld die folgenden Münzen auswerfen: 2 Eur, 1 Eur, 50 Cent, 10 Cent. Der Automat ist mit Münzen befüllt.

a) Geben Sie einen Greedy-Algorithmus an, der jede durch 10 Cent teilbare Wechselgeldmenge ausgeben kann bzw. erkennt, wenn eine Wechselgeldzahlung nicht möglich ist.

b) Zeigen Sie, dass Ihr Algorithmus aus a) korrekt ist.

c) Funktioniert Ihr Greedy-Verfahren aus a) auch noch, wenn 20-Cent Münzen vorhanden sind.

Aufgabe H-27: Asymptotik Sei $k \geq 1$ eine konstante natürliche Zahl und $\varepsilon > 0$. Wenn nicht bezeichnet, sei die Basis des Logarithmus immer 2. Kreuzen Sie die richtigen Antworten an.

Aussage	**Wahr**	**Falsch**
$\log_{10} n \in o(\log_2 n)$		
$\log n \in O(\sqrt{n})$		
$\sqrt[3]{n^8}(\log n)^2 \in \Omega(n^3)$		
$(\log n)^k \in O(n^\varepsilon)$		
$n! \in O\left(2^{n \log n}\right)$		
$\frac{n}{\varepsilon} \in O\left(n^{1+\varepsilon}\right)$		
$10^{\sqrt{n}} \in o(2^n)$		
$2^n \in o((2+\varepsilon)^n)$		
$4^{\frac{n}{2}} \in \Theta(2^n)$		
$n^k \in \omega\left(\left(1+\frac{1}{k}\right)^n\right)$		

1 Punkt pro richtige Antwort. 1 Punktabzug pro falsche Antwort. 0 Punkte pro nichtbeantwortete Frage.

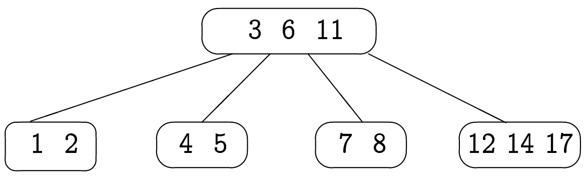
Aufgabe H-28: Sortieren Gegeben ist ein Array $A[1..2^n - 1]$, so dass für $i = 1, \dots, n-1$ das Teilarray $A[2^i..2^{i+1}-1]$ bereits sortiert ist. Beschreiben Sie einen Algorithmus, der A in linearer Zeit sortiert. Beweisen Sie diese asymptotische Zeitkomplexität.

Aufgabe H-29: B-Bäume

a) Was ist ein B-Baum vom Grad m? Geben Sie alle Bedingungen an, die an so einen Baum gestellt werden.

b) Wofür werden B-Bäume verwendet?

c) Fügen Sie in folgenden B-Baum vom Grad 2 das Element 42 ein und zeichnen Sie den entstehenden Baum.



d) Löschen Sie aus obigem Baum die 4 und die 5 und zeichnen Sie das Resultat.

Die **H**ausaufgaben dienen der persönlichen Klausurvorbereitung und werden in den Übungen nicht mehr besprochen. Es handelt sich um Klausuraufgaben aus den letzten Jahren.