

# Typinferenzalgorithmus

mit Kontrollflussanalyse

Robert Kufner

26.06.2009

# Inhaltsverzeichnis

- ① Der  $W_{UL}$  Algorithmus
  - Idee
  - Beispiel
- ② Der  $U_{UL}$  Algorithmus
  - Idee
  - Beispiel
- ③ CFA Algorithmus
  - Kontrollflussanalyse
  - Unification
    - Beispiel
  - Constraints
  - Der Algorithmus
    - Beispiel

Unterschiede zwischen  $\tau$  und  $\hat{\tau}$

# Unterschiede zwischen $\tau$ und $\hat{\tau}$

	Dekl. Typsystem	Algorithmus
UL $\tau$	Typen: Keine Variablen od. Annotationen	erweiterte Typen: Variablen aber keine Annotationen
CFA $\hat{\tau}$	Annotierte Typen: keine Variablen aber aber Annotata- tionen	Einfache Typen: Variablen & Annota- tionsvariablen

- Algorithmus erhält Typumgebung  $\Gamma$  und Ausdruck  $e$

- Algorithmus erhält Typumgebung  $\Gamma$  und Ausdruck  $e$
- Falls erfolgreich: Liefert einen erweiterten Typ  $\tau$  und Substitution  $\theta$

## Auszug aus den Spezifikationen

$$W_{UL}(\Gamma, c) = (\tau_c, id)$$

$$W_{UL}(\Gamma, x) = (\Gamma(x), id)$$

$$W_{UL}(\Gamma, fn_{\pi}x \Rightarrow e) = \text{let } \alpha_x \text{ be fresh}$$

$$(\tau, \theta) = W_{UL}(\Gamma[x \mapsto \alpha_x], e)$$

$$\text{in } ((\theta\alpha_x) \rightarrow \tau, \theta)$$

$$W_{UL}(\Gamma, fun_{\pi}fx \Rightarrow e_0) = \text{let } \alpha_x, \alpha_0 \text{ be fresh}$$

$$(\tau_0, \theta_0) = W_{UL}(\Gamma[f \mapsto \alpha_x \rightarrow \alpha_0][x \mapsto \alpha_x], e_0)$$

$$\theta_1 = U_{UL}(\tau_0, \theta_0\alpha_0)$$

$$\text{in } (\theta_1(\theta_0\alpha_x) \rightarrow \theta_1\tau_0, \theta_1 \circ \theta_0)$$

Auszug aus den Spezifikationen

$$\begin{aligned} W_{UL}(\Gamma, e_1 e_2) = & \text{let } (\tau_1, \theta_1) = W_{UL}(\Gamma, e_1) \\ & (\tau_2, \theta_2) = W_{UL}(\theta_1 \Gamma, e_2) \\ & \alpha \text{ be fresh} \\ & \theta_3 = U_{UL}(\theta_2 \tau_1, \tau_2 \rightarrow \alpha) \\ & \text{in } (\theta_3 \alpha, \theta_3 \circ \theta_2 \circ \theta_1) \end{aligned}$$



$$e = (fn_X \ x \Rightarrow x) \ (fn_Y \ y \Rightarrow y)$$

Welche Teile von  $W_{UL}$  werden aufgerufen?

$$e = (fn_X \ x \Rightarrow x) \ (fn_Y \ y \Rightarrow y)$$

Welche Teile von  $W_{UL}$  werden aufgerufen?

- 1  $W_{UL}([], (fn_X \ x \Rightarrow x) \ (fn_Y \ y \Rightarrow y))$

$$e = (fn_X \ x \Rightarrow x) \ (fn_Y \ y \Rightarrow y)$$

Welche Teile von  $W_{UL}$  werden aufgerufen?

- 1  $W_{UL}([], (fn_X \ x \Rightarrow x) \ (fn_Y \ y \Rightarrow y))$
- 2  $W_{UL}([], fn_X \ x \Rightarrow x)$

$$e = (fn_X \ x \Rightarrow x) \ (fn_Y \ y \Rightarrow y)$$

Welche Teile von  $W_{UL}$  werden aufgerufen?

- ①  $W_{UL}([], (fn_X \ x \Rightarrow x) \ (fn_Y \ y \Rightarrow y))$
- ②  $W_{UL}([], fn_X \ x \Rightarrow x)$
- ③  $W_{UL}([], fn_Y \ y \Rightarrow y)$

$$e = (fn_X \ x \Rightarrow x) \ (fn_Y \ y \Rightarrow y)$$

Welche Teile von  $W_{UL}$  werden aufgerufen?

- ①  $W_{UL}([], (fn_X \ x \Rightarrow x) \ (fn_Y \ y \Rightarrow y))$
- ②  $W_{UL}([], fn_X \ x \Rightarrow x)$
- ③  $W_{UL}([], fn_Y \ y \Rightarrow y)$
- ④  $U_{UL}('a \rightarrow 'a, ('b \rightarrow 'b) \rightarrow 'c)$

- Algorithmus erhält zwei erweiterte Typen  $\tau_1$  und  $\tau_2$

- Algorithmus erhält zwei erweiterte Typen  $\tau_1$  und  $\tau_2$
- Gibt Art der Substitution zurück falls erfolgreich

- Algorithmus erhält zwei erweiterte Typen  $\tau_1$  und  $\tau_2$
- Gibt Art der Substitution zurück falls erfolgreich
- Bricht ab bei top-level Konstruktoren (Hier: int, bool,  $\rightarrow$ ) oder wenn versucht wird eine Typvariable mit einem Funktionstyp zu vereinigen der die Typvariable enthält



## Auszug aus den Spezifikationen

$$\begin{aligned} U_{UL}(\tau_1 \rightarrow \tau_2, \tau'_1 \rightarrow \tau'_2) &= \text{let } \theta_1 = U_{UL}(\tau_1, \tau'_1) \\ &\quad \theta_2 = U_{UL}(\theta_1 \tau_2, \theta_1 \tau'_2) \\ &\quad \text{in } \theta_2 \circ \theta_1 \end{aligned}$$

$$U_{UL}(\tau, \alpha) = \begin{cases} [\alpha \mapsto \tau] & \text{falls } \alpha \text{ nicht in } \tau \text{ auftaucht} \\ & \text{oder } \alpha = \tau \text{ ist} \\ \text{fail} & \text{sonst} \end{cases}$$

$$U_{UL}(\alpha, \tau) = \text{s.o.}$$

$$U_{UL}(\tau_1, \tau_2) = \text{fail}$$

$$\begin{aligned} \text{Beispiel von zuvor: } e &= (fn_X x \Rightarrow x) (fn_Y y \Rightarrow y) \\ &= U_{UL}(\acute{a} \rightarrow \acute{a}, (\acute{b} \rightarrow \acute{b}) \rightarrow \acute{c}) \end{aligned}$$

Welche Teile von  $U_{UL}$  werden aufgerufen und was wird zurückgegeben?

$$\begin{aligned} \text{Beispiel von zuvor: } e &= (fn_X x \Rightarrow x) (fn_Y y \Rightarrow y) \\ &= U_{UL}(\acute{a} \rightarrow \acute{a}, (\acute{b} \rightarrow \acute{b}) \rightarrow \acute{c}) \end{aligned}$$

Welche Teile von  $U_{UL}$  werden aufgerufen und was wird zurückgegeben?

①  $U_{UL}(\acute{a} \rightarrow \acute{a}, (\acute{b} \rightarrow \acute{b}) \rightarrow \acute{c})$

$$\begin{aligned}\text{Beispiel von zuvor: } e &= (fn_X x \Rightarrow x) (fn_Y y \Rightarrow y) \\ &= U_{UL}(\acute{a} \rightarrow \acute{a}, (\acute{b} \rightarrow \acute{b}) \rightarrow \acute{c})\end{aligned}$$

Welche Teile von  $U_{UL}$  werden aufgerufen und was wird zurückgegeben?

- ①  $U_{UL}(\acute{a} \rightarrow \acute{a}, (\acute{b} \rightarrow \acute{b}) \rightarrow \acute{c})$
- ②  $U_{UL}(\acute{a}, \acute{b} \rightarrow \acute{b}) = [\acute{a} \mapsto \acute{b} \rightarrow \acute{b}]$

$$\begin{aligned} \text{Beispiel von zuvor: } e &= (fn_X x \Rightarrow x) (fn_Y y \Rightarrow y) \\ &= U_{UL}(\acute{a} \rightarrow \acute{a}, (\acute{b} \rightarrow \acute{b}) \rightarrow \acute{c}) \end{aligned}$$

Welche Teile von  $U_{UL}$  werden aufgerufen und was wird zurückgegeben?

- ①  $U_{UL}(\acute{a} \rightarrow \acute{a}, (\acute{b} \rightarrow \acute{b}) \rightarrow \acute{c})$
- ②  $U_{UL}(\acute{a}, \acute{b} \rightarrow \acute{b}) = [\acute{a} \mapsto \acute{b} \rightarrow \acute{b}]$
- ③  $U_{UL}(\acute{b} \rightarrow \acute{b}, \acute{c}) = [\acute{c} \mapsto \acute{b} \rightarrow \acute{b}]$

$$\begin{aligned} \text{Beispiel von zuvor: } e &= (fn_X x \Rightarrow x) (fn_Y y \Rightarrow y) \\ &= U_{UL}(\acute{a} \rightarrow \acute{a}, (\acute{b} \rightarrow \acute{b}) \rightarrow \acute{c}) \end{aligned}$$

Welche Teile von  $U_{UL}$  werden aufgerufen und was wird zurückgegeben?

- ①  $U_{UL}(\acute{a} \rightarrow \acute{a}, (\acute{b} \rightarrow \acute{b}) \rightarrow \acute{c})$
- ②  $U_{UL}(\acute{a}, \acute{b} \rightarrow \acute{b}) = [\acute{a} \mapsto \acute{b} \rightarrow \acute{b}]$
- ③  $U_{UL}(\acute{b} \rightarrow \acute{b}, \acute{c}) = [\acute{c} \mapsto \acute{b} \rightarrow \acute{b}]$

Endergebnis:  $[\acute{a} \mapsto \acute{b} \rightarrow \acute{b}][\acute{c} \mapsto \acute{b} \rightarrow \acute{b}]$

# Was ist Kontrollflussanalyse ?

## Was ist Kontrollflussanalyse ?

Kontrollflussanalyse stellt folgende Kontrollflussanomalien im Code fest:



## Was ist Kontrollflussanalyse ?

Kontrollflussanalyse stellt folgende Kontrollflussanomalien im Code fest:

nicht erreichbarer Quelltext

## Was ist Kontrollflussanalyse ?

Kontrollflussanalyse stellt folgende Kontrollflussanomalien im Code fest:

nicht erreichbarer Quelltext

duplizierter Quelltext

## Was ist Kontrollflussanalyse ?

Kontrollflussanalyse stellt folgende Kontrollflussanomalien im Code fest:

nicht erreichbarer Quelltext

duplizierter Quelltext

GOTO-Anweisungen

Wie implementieren wir eine  
Kontrollflussanalyse in unseren Algorithmus ?

## Wie implementieren wir eine Kontrollflussanalyse in unseren Algorithmus ?

Bisher :

## Wie implementieren wir eine Kontrollflussanalyse in unseren Algorithmus ?

Bisher :

$$W_{UL}(fn_X x \Rightarrow x)(fn_Y y \Rightarrow y) = [a \mapsto 'b \rightarrow 'b][c \mapsto 'b \rightarrow 'b]$$

## Wie implementieren wir eine Kontrollflussanalyse in unseren Algorithmus ?

Bisher :

$$W_{UL}(fn_X x \Rightarrow x)(fn_Y y \Rightarrow y) = [a \mapsto 'b \rightarrow 'b][c \mapsto 'b \rightarrow 'b]$$

Jetzt :

## Wie implementieren wir eine Kontrollflussanalyse in unseren Algorithmus ?

Bisher :

$$W_{UL}(fn_X x \Rightarrow x)(fn_Y y \Rightarrow y) = [a \mapsto 'b \rightarrow 'b][c \mapsto 'b \rightarrow 'b]$$

Jetzt :

$$W_{UL}(fn_X x \Rightarrow x)(fn_Y y \Rightarrow y) = [a \mapsto 'b \xrightarrow{'} 'b][c \mapsto 'b \xrightarrow{'} 'b]$$



Beispiel:  $U_{CFA}( 'a \xrightarrow{1} 'a, ('b \xrightarrow{2} 'b) \xrightarrow{3} 'c)$

Beispiel:  $U_{CFA}(a \xrightarrow{1} a, (b \xrightarrow{2} b) \xrightarrow{3} c)$

Aufruf	Ergebnis
$U_{CFA}(a \xrightarrow{1} a, (b \xrightarrow{2} b) \xrightarrow{3} c)$	$[\text{'3} \mapsto \text{'1}]$
$U_{CFA}(a, b \xrightarrow{2} b)$	$[\text{'a}, b \xrightarrow{2} b]$
$U_{CFA}(b \xrightarrow{2} b, c)$	$[c, b \xrightarrow{2} b]$

Beispiel:  $U_{CFA}(a \xrightarrow{1} a, (b \xrightarrow{2} b) \xrightarrow{3} c)$

Aufruf	Ergebnis
$U_{CFA}(a \xrightarrow{1} a, (b \xrightarrow{2} b) \xrightarrow{3} c)$	$[3 \mapsto 1]$
$U_{CFA}(a, b \xrightarrow{2} b)$	$[a, b \xrightarrow{2} b]$
$U_{CFA}(b \xrightarrow{2} b, c)$	$[c, b \xrightarrow{2} b]$

Endergebnis:  $[3 \mapsto 1][a, b \xrightarrow{2} b][c, b \xrightarrow{2} b]$

# Einführung der Constraints - aber warum ?

# Einführung der Constraints - aber warum ?

Problem:

einfache Typen ::= int | bool |  $\hat{\tau}_1 \xrightarrow{\beta} \hat{\tau}_2$  |  $\alpha$

wobei :  $\beta ::= '1$  |  $'2$  |  $'3$  | ...

annotierte Typen ::= int | bool |  $\hat{\tau}_1 \xrightarrow{\varphi} \hat{\tau}_2$

wobei :  $\varphi ::= \{\pi\}$  |  $\varphi_1 \cup \varphi_2$  |  $\emptyset$  |  $\beta$

# Einführung der Constraints - aber warum ?

Problem:

einfache Typen ::= int | bool |  $\hat{\tau}_1 \xrightarrow{\beta} \hat{\tau}_2$  |  $\alpha$

wobei :  $\beta ::= '1$  | '2 | '3 | ...

annotierte Typen ::= int | bool |  $\hat{\tau}_1 \xrightarrow{\varphi} \hat{\tau}_2$

wobei :  $\varphi ::= \{\pi\}$  |  $\varphi_1 \cup \varphi_2$  |  $\emptyset$  |  $\beta$

Deswegen: Einführung von Constraints der Art  $\beta \supseteq \varphi$

$$\text{Form: } W_{CFA}(\hat{\Gamma}, e) = (\hat{\tau}, \theta, C)$$

Auszug aus den Spezifikationen

$$W_{CFA}(\hat{\Gamma}, c) = (\tau_c, id, \emptyset)$$

$$W_{CFA}(\hat{\Gamma}, x) = (\hat{\Gamma}(x), id, \emptyset)$$

$$W_{CFA}(\hat{\Gamma}, fn_{\pi}x \Rightarrow e_0) = \text{let } \alpha_x \text{ be fresh}$$

$$(\hat{\tau}_0, \theta_0, C_0) = W_{CFA}(\hat{\Gamma}[x \mapsto \alpha_x], e_0)$$

$\beta_0$  be fresh

$$\text{in } ((\theta_0 \alpha_x) \xrightarrow{\beta_0} \tau_0, \theta_0, C_0 \cup \{\beta_0 \supseteq \{\pi\}\})$$

## Auszug aus den Spezifikationen

$$W_{CFA}(\hat{\Gamma}, fun_{\pi}fx \Rightarrow e_0) = \text{let } \alpha_x, \alpha_0, \beta_0 \text{ be fresh}$$

$$(\hat{\tau}_0, \theta_0, C_0) = W_{CFA}(\hat{\Gamma}[f \mapsto \alpha_x \xrightarrow{\beta_0} \alpha_0][x \mapsto \alpha_x], e_0)$$

$$\theta_1 = U_{CFA}(\hat{\tau}_0, \theta_0 \alpha_0)$$

$$\text{in } (\theta_1(\theta_0 \alpha_x) \xrightarrow{\theta_1(\theta_0 \beta_0)} \theta_1 \hat{\tau}_0, \theta_1 \circ \theta_0),$$

$$(\theta_1 C_0) \cup \{\theta_1(\theta_0 \beta_0) \supseteq \{\pi\}\}$$

$$W_{CFA}(\hat{\Gamma}, e_1 e_2) = \text{let } (\hat{\tau}_1, \theta_1, C_1) = W_{CFA}(\hat{\Gamma}, e_1)$$

$$(\hat{\tau}_2, \theta_2, C_2) = W_{CFA}(\theta_1 \hat{\Gamma}, e_2)$$

$$\alpha, \beta \text{ be fresh}$$

$$\theta_3 = U_{CFA}(\theta_2 \hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2 \xrightarrow{\beta} \alpha)$$

$$\text{in } (\theta_3 \alpha, \theta_3 \circ \theta_2 \circ \theta_1, \theta_3(\theta_2 C_1) \cup \theta_3 C_2)$$



$$W_{CFA}([\ ], (fn_X \ x \Rightarrow \ x) \ ( \ fn_Y \ y \Rightarrow \ y))$$

$$W_{CFA}([\ ], (fn_X x \Rightarrow x) (fn_Y y \Rightarrow y))$$

Aufruf	Effekt
$W_{CFA}([\ ], (fn_X x \Rightarrow x))$	$(\acute{a} \xrightarrow{1} \acute{a}, id, \{1 \supseteq \{X\}\})$
$W_{CFA}([\ ], (fn_Y y \Rightarrow y))$	$(\acute{b} \xrightarrow{2} \acute{b}, id, \{2 \supseteq \{Y\}\})$
$U_{CFA}(\acute{a} \xrightarrow{1} \acute{a}, (\acute{b} \xrightarrow{2} \acute{b}) \xrightarrow{3} \acute{c})$	$[\acute{3} \mapsto \acute{1}][\acute{a} \mapsto \acute{b} \xrightarrow{2} \acute{b}][\acute{c} \mapsto \acute{b} \xrightarrow{2} \acute{b}]$

$$W_{CFA}([\ ], (fn_X\ x \Rightarrow x) (fn_Y\ y \Rightarrow y))$$

Aufruf	Effekt
$W_{CFA}([\ ], (fn_X\ x \Rightarrow x))$	$(\acute{a} \xrightarrow{1} \acute{a}, id, \{1 \supseteq \{X\}\})$
$W_{CFA}([\ ], (fn_Y\ y \Rightarrow y))$	$(\acute{b} \xrightarrow{2} \acute{b}, id, \{2 \supseteq \{Y\}\})$
$U_{CFA}(\acute{a} \xrightarrow{1} \acute{a}, (\acute{b} \xrightarrow{2} \acute{b}) \xrightarrow{3} \acute{c})$	$[\acute{3} \mapsto \acute{1}][\acute{a} \mapsto \acute{b} \xrightarrow{2} \acute{b}][\acute{c} \mapsto \acute{b} \xrightarrow{2} \acute{b}]$

Endergebnisse = Typ :  $\acute{b} \xrightarrow{2} \acute{b}$

Substitution :  $[\acute{3} \mapsto \acute{1}][\acute{a} \mapsto \acute{b} \xrightarrow{2} \acute{b}][\acute{c} \mapsto \acute{b} \xrightarrow{2} \acute{b}]$

Set :  $\{1 \supseteq \{X\}, 2 \supseteq \{Y\}\}$