Institut für Informatik
der Universität München
Prof. M. Hofmann
Dr. A. Abel

WS 2007/2008

14. Januar 2007

Übungen zur Vorlesung
Rechnergestütztes Beweisen

Blatt 8

Aufgabe 22: [Coq, 4 Punkte] Die de Morganschen Gesetze $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$ und $\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$ kann man als vier Implikationen schreiben. Welche dieser Implikationen sind auch konstruktiv gültig? Beweisen Sie diese in Coq mit Hilfe von elementaren Taktiken wie `intros, assumption, apply, split, left, right, elim, inversion`. Insbesondere keine automatischen Taktiken wie `auto, tauto, intuition, trivial` benutzen!

Aufgabe 23: [Coq, 6 Punkte] Implementieren Sie in Coq Beweisterme für die folgenden Aussagen:

1. $(A \Rightarrow (B \wedge C)) \Rightarrow (A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C)$,
2. $(A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C) \Rightarrow A \Rightarrow (B \wedge C)$,
3. $A \vee (B \wedge C) \Rightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$,
4. $(A \vee B) \wedge (A \vee C) \Rightarrow A \vee (B \wedge C)$,
5. $\neg(A \wedge B) \Rightarrow A \Rightarrow \neg B$,
6. $(A \Rightarrow \neg B) \Rightarrow \neg(A \wedge B)$.

Aufgabe 24: [Coq, 4 Punkte] Sei R eine partielle Äquivalenzrelation (PER, d.h. symmetrisch und transitiv) auf der Menge A und S eine PER auf B. Dann ist $(x, y)\ (R \times S)\ (x', y') := x\ R\ x' \wedge y\ S\ y'$ eine PER auf $A \times B$. Beweisen Sie das in Coq. Siehe `per.v` auf der Webseite.

Aufgabe 25: [Papier, 6 Punkte] Geben Sie ein Kripke-Gegenmodell an zu den Aussagen (τ nicht leer):

1. $\exists y{:}\tau.\, P(y) \Rightarrow \forall x{:}\tau.\, P(x)$,
2. $\neg(\forall x{:}\tau.P(x)) \Rightarrow \exists x{:}\tau.\, \neg P(x)$.

Abgabe: Montag, 21.01.08, 10.15 Uhr in der Übung. Mailen Sie die erstellten `.v` Dateien vorher an `abel@informatik.uni-muenchen.de`.