Die Ziege auf der kreisfoermigen Wiese

■ Aufgabenstellung:

Gegeben sei eine kreisfoermige Wiese mit Durchmesser 1. Eine Ziege ist mittels einer Leine an einem Pflock angebunden, der am Rand der Wiese eingerammt ist. Die Leine habe Laenge x. Wieviel Prozent der Wiesenflaeche kann die Ziege abgrasen? Wie lange muss die Leine sein, damit die Ziege die Haelfte der Wiese abgrasen kann?

■ Loesung:

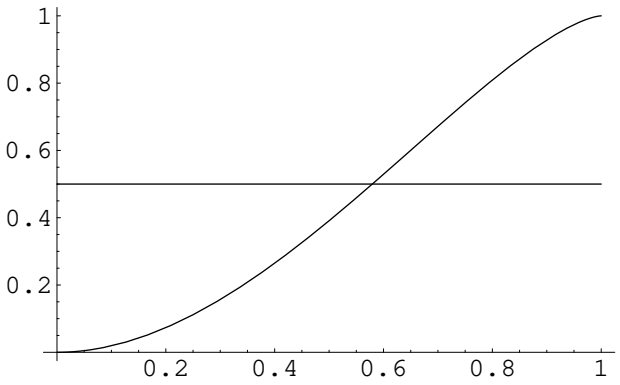
Der Prozentsatz der Wiese, den die Ziege abgrasen kann, berechnet sich durch folgende Formel:

```
In[1]:= f = (2 * x^2 * ArcCos [x] + ArcSin [x] - x * Sqrt[1 - x^2]) / (π / 2)
```

$$\text{Out[1]=}\ \frac{2\left(-x\sqrt{1-x^2}+2x^2\,\text{ArcCos}[x]+\text{ArcSin}[x]\right)}{\pi}$$

Fuer x=0 kann die Ziege nichts erreichen, fuer x=1 (Durchmesser der Wiese) alles. Der Anteil in Abhaengigkeit der Leinenlaenge wird durch folgende Grafik wiedergegeben.

```
In[2]:= Plot[{f, 1 / 2}, {x, 0.0, 1.0}];
```



Leider kann Mathematica die Loesung nicht allgemein berechnen.

```
In[3]:= NSolve[f == 1 / 2, x] ;

        Solve::dinv : The expression (i x + Sqrt[1 - x^2])^x^2 involves
           unknowns in more than one argument, so inverse functions cannot be used.
```

Naeherungsloesung:

```
In[4]:= g[x_] = f ;

In[6]:= N[g[0.5793642365]]

Out[6]= 0.5
```

Die Leine muss also die Laenge 0.579... besitzen.

Aufgabenstellung: Max Jakob
Loesung: Andreas Abel
Datum: 19. Maerz 2002