

Übungen zur Vorlesung Komplexitätstheorie

Blatt 3

Aufgabe P-10: Wiederholung von Aufgabe H-2.

Es bezeichnen LIN und Q die Klassen der Entscheidungsprobleme, die von einer DTM in Zeit $O(n)$ bzw. in Zeit $O(n^2)$ gelöst werden können, und NLIN und NQ die entsprechenden nichtdeterministischen Klassen.

Beweisen Sie die folgenden Aussagen mittels padding:

- Ist $LIN = NLIN$, dann auch $Q = NQ$.
- Ist NLIN unter Komplementierung abgeschlossen, dann auch NQ.

Aufgabe P-11: Wiederholung von Aufgabe P-8.

In der Vorlesung hatten wir den Satz, dass zu jeder aussagenlogischen Formel φ eine erfüllungsäquivalente Formel ψ von polynomieller Größe existiert. Fordert man Äquivalenz statt Erfüllungsäquivalent gilt dies nicht.

1. Finden Sie eine Klasse von Formeln, deren äquivalente Formeln in KNF exponentiell größer sind.
2. Finden Sie erfüllungsäquivalente Formeln zu Ihrer Klasse von Formeln, die nur polynomiell größer sind.

Aufgabe P-12: Sei K eine Komplexitätsklasse und $L \in K$.

Zeigen Sie, dass $L^* \in P^K$

Aufgabe P-13: Für alle der folgenden Formeln ist bislang unbekannt, ob sie gelten. Finden Sie möglichst viele Implikationen zwischen ihnen.

- a) $P = NP$ b) $NP = \text{co-NP}$ c) $P = NP \cap \text{co-NP}$
d) $NP = \text{EXP}$ e) $NP = P^{NP}$

Hausaufgaben:

Aufgabe H-7: Eine Sprache L heißt selbst-reduzierend, falls sie von einer polynomiell zeitbeschränkten Turing-Maschine T erkannt wird, welche bei einer Eingabe der Länge n zusätzlich ein Orakel für $L_{<n}$ befragen darf. $L_{<n}$ bezeichne die Sprache aller Wörter aus L mit einer Länge kleiner als n .

Zeigen Sie, dass 3-COL selbst-reduzierend ist.

Hinweise: Ein Graph G' gilt als kleiner als G wenn G' weniger Knoten als G oder wenn G' genausoviele Knoten wie G , aber weniger Kanten besitzt.

Es gibt eine Lösung dieser Aufgabe, bei der nur Graphen dem Orakel präsentiert werden, bei denen mehrere Knoten zu einem verschmolzen wurden (allerdings ist es natürlich nicht notwendig, dass Sie diese Lösung verwenden).

Aufgabe H-8: Gegeben sei eine Sprache L , welche von einer deterministischen Turingmaschine T unter Verwendung eines Orakels für eine Sprache L' in polynomieller Zeit erkannt wird. Zeigen Sie, dass $L' \in P \Rightarrow L \in P$

Aufgabe H-9: Zeigen Sie, dass sich der Beweis des Zeithierarchiesatzes relativieren lässt. D.h. modifizieren Sie den Beweis aus der Vorlesung, so dass er die folgende stärkere Aussage beweist:

Für alle $C \subseteq \Sigma^*$ und zeitkonstruierbaren Funktionen f gilt $\text{TIME}^C(f(n)) \subsetneq \text{TIME}^C(n^2 \cdot f(n)^2)$

Abgabe: Mittwoch, der 14. November 2012 in der Vorlesung oder bis 12:00 im Sekretariat bei Fr. Roden (Oettingenstraße L1.03).