Institut für Informatik
der Universität München

Prof. Martin Hofmann

WS 2012/13

27. November 2012

Übungen zur Vorlesung Komplexitätstheorie

Blatt 6

Aufgabe P-18: Zeigen Sie mittels eines rekursiven Algorithmus mit dynamischer Programmierung/Memoisation, dass HORNSAT in P liegt.

Hinweis: Der Ablauf ist ähnlich zu Aufgabe P-14; dort wurde ein allgemeiner SAT-Solver mit einer hypothetischen Funktion analysiert.

Aufgabe P-19: Zeigen Sie, dass das Problem der Unit Resulotion (UNIT) P-vollständig ist. UNIT ist die Frage für eine gegebene KNF-Formel, ob Falsum, bzw. die leere Klausel, nur durch Anwendung einer bestimmten Regel hergeleitet werden kann:

Gibt es eine Klausel mit nur einer Variablen (eine unit-Klausel), so ersetze diese Variable durch den Wert, den diese Klausel vorgibt.

Aufgabe P-20: Zeigen Sie, dass das Problem der 2-Färbbarkeit NL-vollständig ist.

Analog der 3-Färbbarkeit ist die 2-Färbbarkeit die Frage für einen gegebenen Graphen, ob man diesen mit zwei Farben so färben kann, dass keine zwei benachbarten Knoten dieselbe Farbe haben.

Aufgabe P-21: Zeigen Sie:

- Das Problem der Erreichbarkeit in einem Graphen ist von einer nichtdeterministischen Maschine lösbar, die nur einen einzigen Zeiger in einen Graphen hat und die ansonsten nur lesen kann.
- Warum funktioniert dieser Ansatz auf einer deterministischen Maschine nicht?
- Hat man auf einer deterministischen Maschine hingegen logarithmisch viele Zeiger zur Verfügung, so ist Erreichbarkeit wieder entscheidbar. Wie funktioniert das?

Für diese Maschinen hat man natürlich auch eine endliche Kontrolleinheit und es gibt noch Befehle von der Form „wähle nichtdeterministisch einen Nachfolgezustand“, „Iteriere über alle Zustände“, „iteriere über alle Nachfolgezustände“ und „nehme den nächsten Zeiger“, wobei Iterationen nicht geschachtelt werden dürfen.

Hausaufgaben:

Aufgabe H-16: Zeigen Sie, dass für jedes $\mathsf{k} \in \mathbb{N}$ die Frage nach der Existenz einer k-Clique in einem Graphen in L ist.

Hinweis: Eine k-Clique bezeichnet k Punkte in einem Graphen, die alle miteinander verbunden sind.

Bemerkung: geht k auch als Parameter in die Fragestellung ein, so ist das Problem NP-vollständig.

Aufgabe H-17: Zeigen Sie, dass die Menge der P-vollständigen Sprachen nicht unter Schnitt abgeschlossen ist.

Aufgabe H-18: Zeigen Sie, dass die Multiplikation in FL liegt.

Hinweis: Ein sinnvoller Lösungsansatz ist es die Aufgabe in zwei Teile zu zerlegen und zu begründen, dass jede der Funktionen in FL liegt. Als Zwischenschritt bietet sich das Standard-Multiplikations-Schema an. Beispiel:

```
1001 · 1100 =
    1001000
+    100100
+         0
+         0
```

Die Aufgabe darf natürlich auch anders gelöst werden.

Abgabe: Mittwoch, der 5. Dezember 2012 in der Vorlesung oder bis 12:00 im Sekretariat bei Fr. Roden (Oettingenstraße L1.03).