Institut für Informatik
der Universität München
Prof. Martin Hofmann

WS 2012/13

10. Dezember 2012

Übungen zur Vorlesung Komplexitätstheorie

Blatt 8

Aufgabe P-25: Zeigen Sie, dass das Problem der Entscheidung von QBF in der Klasse E liegt.

Wieso folgt daraus nicht, dass $\mathsf{PSPACE} \subseteq \mathsf{E}$?

Aufgabe P-26: Zeigen Sie, dass für jedes $k \in \mathbb{N}$ gilt: QBF mit höchstens k vielen $\forall$-Quantoren ist in NP entscheidbar.

Hinweise:
Gemeint ist die prenex-Form, d.h. die Quantoren stehen alle gesammelt am Anfang der Formel.
Bei QBF sind die Variablen boolsch.
Die $\forall$-Quantoren müssen nicht zwangsläufig direkt hintereinander stehen.

Aufgabe P-27: Es ist unbekannt, ob $\mathsf{P} \subset \mathsf{DSPACE}(n)$ oder $\mathsf{DSPACE}(n) \subset \mathsf{P}$, aber man weiß, dass $\mathsf{P} \neq \mathsf{DSPACE}(n)$. Beweisen Sie letzteres.

Aufgabe P-28: Sei $n \in \mathbb{N}$, s und t zwei Strings der Länge n, ferner T eine Turingmaschine, die mit polynomiell beschränkter Zeit für einen gegebenen String eine Liste von Strings gleicher Länge berechnet.

Als durch T definierten Graphen bezeichnet man denjenigen Graphen, der als Knoten alle Strings der Länge n besitzt und bei dem von jedem Knoten x gerade zu denjenigen Knoten eine gerichtete Kante existiert, die in der Liste $T(x)$ stehen.

Zeigen Sie: Das Problem für gegebene s, t und T herauszufinden, ob im durch T definierten Graphen t von s aus erreichbar ist, ist PSPACE-vollständig.

Hausaufgaben:

Aufgabe H-19: In der Vorlesung hatten wir vor ein paar Wochen zwei Orakel A und B definiert, so dass $\mathsf{P}^A = \mathsf{NP}^A$ und $\mathsf{P}^B \neq \mathsf{NP}^B$. Zeigen Sie, dass auch $\mathsf{P}^A = \mathsf{PSPACE}^A$ und $\mathsf{P}^B \neq \mathsf{PSPACE}^B$.

Aufgabe H-20: Zeigen Sie: Ist $\mathsf{PSPACE} = \mathsf{PH}$, so kollabiert die polynomielle Hierarchie, d.h. es gibt ein $k \in \mathbb{N}$, so dass $\mathsf{PH} = \Sigma_k$.

Aufgabe H-21: Zeigen Sie: $\mathsf{NP}^{\mathsf{PSPACE}} = \mathsf{PSPACE}^{\mathsf{NP}}$

Abgabe: Mittwoch, der 19. Dezember 2012 in der Vorlesung oder bis 12:00 im Sekretariat bei Fr. Roden (Oettingenstraße L1.03).