

## Übungen zur Vorlesung Komplexitätstheorie

### Blatt 9

Aufgabe P-29: Um zu veranschaulichen, dass nur konstant viele Funktionen in FL verknüpft werden dürfen um eine Funktion in FL zu erhalten, zeigen Sie: Wenn  $FL^*$  die dynamische Verknüpfung von biszu linear in der Eingabelänge vielen Funktionen aus FL bezeichnet, so ist die Menge  $\{1\}$  EXP-vollständig unter  $FL^*$ -Reduktionen.

Aufgabe P-30: Für die Klasse ZPP gibt es zwei unterschiedliche Definitionen.

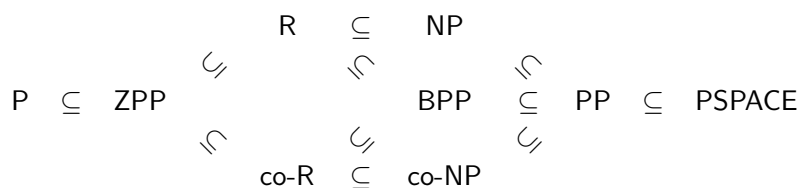
- $L \in ZPP \iff$  Es gibt eine probabilistische Turingmaschine T, die alle  $x \in L$  mit Wahrscheinlichkeit 1 akzeptiert und alle  $x \notin L$  mit Wahrscheinlichkeit 1 ablehnt. Der Erwartungswert der Laufzeit von T ist durch ein Polynom beschränkt.

Bemerkung: Hierbei muß natürlich die Forderung an eine probabilistische Maschine, dass alle Berechnungspfade gleichlang sind, außer Kraft gesetzt werden.

- $ZPP = R \cap co-R$

Zeigen Sie, dass diese beiden Definitionen äquivalent sind.

Aufgabe P-31: Zeigen Sie für alle Inklusionen im folgenden Diagramm, für die das noch nicht in der Vorlesung geschehen ist, warum diese gilt:



Aufgabe P-32: Geben Sie für jedes  $k \in \mathbb{N}$  einen probabilistischen Algorithmus an, der

- zu einer Formel  $F = C_1 \vee \dots \vee C_n$ , bei der in keiner Klausel eine Variable mehrfach vorkommt, in  $k$ -KNF (dh. alle Klauseln haben die Länge  $k$ ) eine Variablenbelegung  $\alpha$  berechnet, so dass  $\alpha$  mindestens einen Anteil von  $1 - \frac{1}{2^k}$  der Klauseln erfüllt
- eine Laufzeit hat, deren Erwartungswert polynomiell beschränkt ist

Hausaufgaben:

Aufgabe H-22: Zeigen Sie, dass gilt:  $\text{SAT} \in \text{BPP} \Rightarrow \text{SAT} \in \text{R}$

Aufgabe H-23: Zeigen Sie, dass die Determinante von folgender Matrix ungleich dem Nullpolynom ist:

$$A := \begin{pmatrix} a(b+1) & a(b+1) & b(b+1) & b+1 \\ b+ac & ab+ac & b^2+cb & bc+c \\ b-2a & ab-2a & b^2-2b+(a-1)a & (a-1)b+bc-2 \\ a^2-b & a^2-ab & -b^2+ab+(b-1)b+ac & (b-1)a+a \end{pmatrix}$$

Aufgabe H-24: Zeigen Sie, dass  $\text{BPP} = \text{BPP}^{\text{BPP}}$

Abgabe: Mittwoch, der 9. Januar 2013 in der Vorlesung oder bis 12:00 im Sekretariat bei Fr. Roden (Oettingenstraße L1.03).