

Übungen zur Vorlesung Komplexitätstheorie

Blatt 13

Aufgabe P-42: Zeigen Sie, dass jede Boole'sche Formel in KNF, welche die Funktion $\text{PARITY}(x_1, \dots, x_n)$ darstellt, mindestens 2^{n-1} Klauseln enthält.

Aufgabe P-43: Eine Boole'sche Funktion f heißt monoton, wenn sie die folgende Eigenschaft besitzt: Wenn \vec{x} eine Variablenbelegung ist und $\neg f(\vec{x})$, so kann der Funktionswert nicht dadurch wahr werden, indem die Variable x_i auf falsch gesetzt wird.

Ein Schaltkreis heißt monoton, wenn er nur AND- und OR-Gatter verwendet.

Zeigen Sie: Eine Boole'sche Funktion ist genau dann monoton, wenn sie durch einen monotonen Schaltkreis dargestellt werden kann.

Hausaufgaben:

Aufgabe H-30 (6 Punkte): Gemäß der Konstruktion aus der Vorlesung kann man über die Wahl von zufälligen S_i mit $S_i \supseteq S_{i+1}$ und $S_0 = \{1, \dots, 4\}$ ein Polynom q erzeugen, so dass sich dieses Zufallspolynom zusammen mit einer zufälligen Eingabe wie \vee in wenigstens $\frac{1}{2}$ der Fälle verhält. Daher findet sich ein festes solches Polynom, dass sich in $\frac{1}{2}$ seiner Eingaben so verhält.

Finden Sie solche zufälligen S_i . Geben Sie das zugehörige Polynom an und zeigen Sie, dass es sich in wenigstens der Hälfte seiner Eingaben wie ein \vee verhält.

Abgabe: Mittwoch, der 6. Februar 2013 in der Vorlesung oder bis 12:00 im Sekretariat bei Fr. Roden (Oettingenstraße L1.03).