

**Aufgabe 14: (Interpretationen und Modelle)** Wir betrachten die Formel

$$F = \forall x D(x) \wedge \forall x (D(x) \rightarrow (E(x, x) \wedge \neg E(x, f(x))))$$

- (a) Geben Sie ein Modell  $\langle \mathcal{U}, \iota \rangle$  für  $F$  an und beweisen Sie die Modelleigenschaft.
- (b) Geben Sie eine Interpretation  $\langle \mathcal{U}, \iota \rangle$  an, die  $F$  nicht erfüllt.

**Aufgabe 15: (Interpretationen und Modelle)** Wir betrachten die aus den folgenden 4 Formeln bestehende Formelmengung, wobei  $a, b, s$  Funktionszeichen sind:

1.  $\forall x \exists y P(x, y)$
2.  $\forall x P(x, s(x))$
3.  $\forall x \neg P(x, x)$
4.  $\exists x ( P(s(a), x) \wedge P(s(x), b) )$

- (a) Geben Sie ein Modell  $\mathcal{I} = \langle \mathcal{U}, \iota \rangle$  der Formelmengung an, d.h. eine Interpretation, die alle Formeln der Menge erfüllt, und beweisen Sie die Modelleigenschaft.
- (b) Ein Modell  $\mathcal{I} = \langle \mathcal{U}, \iota \rangle$  heisst *minimal* für eine Formel(mengung), wenn sein Universum  $\mathcal{U}$  minimale Mächtigkeit hat. Geben Sie ein solches Modell an, beweisen Sie die Modelleigenschaft und zeigen Sie, dass es minimal ist.