Institut für Informatik SS 2000
der Universität München
Dr. J. Johannsen 19. Juni 2000

Übungen zur Vorlesung
Entwurf und Analyse von Algorithmen

Blatt 4

Aufgabe 10: Die Menge M von natürlichen Zahlen sei definiert als

$$M := \bigcup_{k \in \mathbb{N}} \{10^k, 2 \cdot 10^k, 5 \cdot 10^k\}.$$

Betrachten Sie das Optimierungsproblem, eine natürliche Zahl n als eine Summe $n = \sum_{i=1}^{k} m_i$ von Elementen $m_i \in M$ darzustellen. Dabei kann jedes Element aus M beliebig oft verwendet werden, und es ist die Anzahl k der Summanden zu minimieren.

1. Zeigen Sie, dass dieses Optimierungsproblem von einem *greedy* Algorithmus gelöst wird.
2. Geben Sie eine Menge von natürlichen Zahlen M' an, für die der *greedy* Ansatz für das analoge Optimierungsproblem mit M' anstelle von M nicht funktioniert.

Aufgabe 11:

1. Sei M eine $m \times n$-Matrix von reellen Zahlen, und es sei S die Menge ihrer Spaltenvektoren. Eine Menge von Vektoren sei in $\mathcal{U}$, wenn sie linear unabhängig ist. Zeigen Sie, dass $(S, \mathcal{U})$ ein Matroid bildet.
2. Zu einem ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ sei die $|V| \times |E|$-Matrix M definiert durch $M_{v,e} = 1$ falls $v \in e$ ist, und 0 sonst.

   Geben Sie einen alternativen Beweis dafür, dass das Graphenmatroid zu G tatsächlich ein Matroid ist, indem sie nachweisen, dass eine Menge von Spaltenvektoren in M genau dann linear unabhängig ist, wenn die Menge ihrer Indizes zyklenfrei ist.

Aufgabe 12: Sei $S = S_1 \cup S_2 \cup \ldots \cup S_k$ eine Partitionierung der endlichen Menge S in disjunkte Blöcke. Die Menge $\mathcal{U} \subseteq 2^S$ sei definiert durch

$$A \in \mathcal{U} \quad \text{gdw.} \quad |A \cap S_i| \leq 1 \text{ für alle } i = 1, \ldots, k.$$

Zeigen Sie, dass $(S, \mathcal{U})$ ein Matroid bildet.

Abgabetermin: Dienstag, 27. Juni, 18^{30} Uhr.