Übungsblatt 7

zur Vorlesung Formale Sprachen und Automaten
im Sommer 2000
10. Juli 2000

1. Definiere für jedes $n \in \mathbb{N}$ die n-te Church-Ziffer $\underline{n}$ durch

$$\underline{n} := \lambda f.\lambda x.\, \underbrace{f(\ldots(f}_{n\text{-mal}}\, x)\ldots)$$

und für Lambda-Ausdrücke e und e' die Komposition $e \circ e'$ durch

$$e \circ e' := \lambda x.e(e'x).$$

Zeige nun, daß für alle m und n in $\mathbb{N}$ gilt:

$$\underline{m} \circ \underline{n} \to \underline{m \cdot n},$$

wobei $m \cdot n$ das gewöhnliche Produkt der natürlichen Zahlen m und n sei.

2. Sind die Church-Ziffern alle in Normalform?

3. Definiere durch Rekursion über λ-Ausdrücke e den Lambda-Ausdruck e^* wie folgt: $x^* := x$, $(\lambda x.e)^* := \lambda x.e^*$, und für $(e_1 e_2)^*$ bestimme zunächst e_1^*. Falls $e_1^* = \lambda x.e$ für eine Variable x und einen Lambda-Ausdruck e, dann setze $(e_1 e_2)^* := [e_2^*/x]e$, sonst $(e_1 e_2)^* := e_1^* e_2^*$.

   Berechne nun (soweit dies ohne Fallunterscheidung nach der Gestalt von e_1 und e_2 möglich ist):

   (a) $((\lambda x.\lambda y.xyy)e_1 e_2)^*$

   (b) $((\lambda x.x)(\lambda y.e_1)e_2)^*$

   (c) $((\lambda x.xe_1)(\lambda y.e_2))^*$, wobei x nicht frei in e_1 vorkommen soll.

Besprechung in der Übung am 13.Juli 00, Übungsleiter: Thorsten Altenkirch (`alti@informatik.uni-muenchen.de`,