Institut für Informatik
der Universität München
Prof. Dr. S. Braun
Dr. J. Johannsen

SS 2001

2. Juli 2001

Übungen zur Vorlesung
Formale Sprachen und Automaten

Blatt 8

Aufgabe 21: Für $n \in \mathbb{N}$ sei die n-te Church-Ziffer $\underline{n}$ definiert als

$$\underline{n} := \lambda f.\lambda x.\underbrace{f(\ldots(f}_{n \text{ mal}}\,x)\ldots)$$

und für Lambda-Ausdrücke e und e' die Komposition $e \circ e'$ als

$$e \circ e' := \lambda x.e(e'x) \ .$$

1. Sind alle Church-Ziffern in Normalform?
2. Zeigen Sie, dass für alle $n, m \in \mathbb{N}$ gilt

$$\underline{m} \circ \underline{n} \to \underline{m \cdot n} \ .$$

Aufgabe 22: Definieren Sie durch Induktion über den Aufbau des Lambda-Ausdrucks e einen Ausdruck e^* wie folgt:

$$\begin{aligned} x^* &:= x \\ (\lambda x.e)^* &:= \lambda x.e^* \\ (e_1 e_2)^* &:= \begin{cases} [e_2^*/x]e & \text{falls } e_1^* = \lambda x.e \\ e_1^* e_2^* & \text{sonst} \end{cases} \end{aligned}$$

Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke, soweit dies ohne Wissen über den Aufbau der Ausdrücke e_1 und e_2 möglich ist:

1. $((\lambda x.\lambda y.xyy)e_1 e_2)^*$
2. $((\lambda x.x)(\lambda y.e_1)e_2)^*$
3. $((\lambda x.xe_1)(\lambda y.e_2))^*$, wobei x nicht frei in e_1 vorkommt.

Besprechung in der Übung am 4. Juli 2001.