Institut für Informatik
der Universität München
Prof. Dr. S. Braun
Dr. J. Johannsen

SS 2001

9. Juli 2001

Übungen zur Vorlesung
Formale Sprachen und Automaten

Blatt 9

Aufgabe 23: In der Vorlesung wurden die Kombinatoren I, K, B, C, W und S definiert, und die Gleichungen $I = SKK$ und $B = S(KS)K$ gezeigt. Rechnen Sie die folgende Gleichung nach:

$$\begin{aligned} C &= S(BBS)(KK) \\ W &= CSI \end{aligned}$$

Aufgabe 24: Sei der Kombinator Y definiert als

$$Y := \lambda f.\big(\lambda x.f(xx)\big)\big(\lambda x.f(xx)\big) \ .$$

Zeigen Sie, dass für jeden Lambda-Ausdruck F gilt

$$F(YF) = YF \ .$$

Y heisst daher der *Fixpunkt-Kombinator*; er wird zur Definition rekursiver Funktionen gebraucht.

Aufgabe 25: Kombinatorische Ausdrücke seien Lambda-Ausdrücke, die nur aus Variablen und den Kombinatoren K und S aufgebaut sind. Induktiv definiert man für jede Variable x und kombinatorischen Ausdruck e einen Ausdruck $\lambda^*x.e$ wie folgt:

$$\begin{aligned} \lambda^*x.x &:= I \ , \\ \lambda^*x.e &:= Ke && \text{falls } x \text{ in } e \text{ nicht frei vorkommt,} \\ \lambda^*x.e_1e_2 &:= S(\lambda^*x.e_1)(\lambda^*x.e_2) \ . \end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass für alle kombinatorischen Ausdrücke e_1, e_2 gilt

$$(\lambda^*x.e_1)e_2 \ \to \ [e_2/x]e_1 \ .$$

Dies zeigt die Vollständigkeit der Kombinatoren K und S, d.h. dass alle Kombinatoren aus diesen definiert werden können.

Besprechung in der Übung am 9. Juli 2001