Prof. Dr. Ulf Schmerl
Dr. Ralph Matthes

Institut für Informatik
der Universität München

Übungsblatt 1

zur Vorlesung Termersetzungssysteme
im Sommersemester 2001
30. April 2001

1. [1, Aufgabe 1.1.1] Sei $\rightarrow$ gegeben durch $n \rightarrow m :\Leftrightarrow m = \frac{3n}{2} \vee m = \frac{7n}{5}$ mit den positiven ganzen Zahlen als Trägermenge.
   - Zeige, daß $\rightarrow$ terminiert.
   - Gib die Menge der Normalformen an.
   - Was ist die Normalform von 150?
   - Zeige, daß $14 \leftrightarrow 10$ und $28 \leftrightarrow^* 45$.
2. [1, Aufgabe 1.1.2] Sei $\rightarrow$ gegeben durch $n \rightarrow m :\Leftrightarrow m = \frac{3n}{2} \vee m = \frac{4n}{3}$ mit den positiven ganzen Zahlen als Trägermenge.
   - Zeige, daß $\rightarrow$ nicht terminiert.
   - Gib die Menge der Normalformen an.
   - Zeige, daß $40 \leftrightarrow^* 45$.
3. [2, Exercise 2.1]
   - Ist der reflexive Abschluß des transitiven Abschlusses von $\rightarrow$ dasselbe wie der transitive Abschluß des reflexiven Abschlusses von $\rightarrow$, und wie verhalten sich die beiden zum transitiven reflexiven Abschluß $\rightarrow^*$?
   - Ist der symmetrische Abschluß des transitiven Abschlusses von $\rightarrow$ dasselbe wie der transitive Abschluß des symmetrischen Abschlusses von $\rightarrow$?
4. [2, Exercise 2.2] Zeige, daß $\rightarrow$ genau dann konfluent und normalisierend ist, wenn jedes Element der Trägermenge von $\rightarrow$ genau eine Normalform besitzt.
5. [2, Exercise 2.4] Zeige, daß $\rightarrow^+$ genau dann terminierend ist, wenn $\rightarrow$ es ist. Zeige dies einerseits über den Begriff der unendlichen Reduktionsfolgen, andererseits mittels Induktion über induktiv definierte Mengen, d. h. mittels Noetherscher Induktion.
6. [2, Exercise 2.32] Wenn $\rightarrow$ die Diamanteigenschaft hat, dann hat jedes Element der Trägermenge von $\rightarrow$ entweder keine Normalform, oder es ist bereits normal.

Literatur

[1] Jürgen Avenhaus. *Reduktionssysteme—Rechnen und Schließen in gleichungsdefinierten Strukturen.* Springer Verlag, 1995.

[2] Franz Baader and Tobias Nipkow. *Term Rewriting and All That.* Cambridge University Press, 1998.

Besprechung in der Übung am **9. Mai 2001**.