Prof. Dr. Ulf Schmerl
Dr. Ralph Matthes

Institut für Informatik
der Universität München

Übungsblatt 7

zur Vorlesung Termersetzungssysteme
im Sommersemester 2001
29. Juni 2001

1. [1, Exercise 5.26] Gegeben sei die Signatur $\Sigma := \{a, s, 0\}$ und das Termersetzungssystem

$$\begin{aligned} a(0,y) &\to s(y) \\ a(s(x),0) &\to a(x,s(0)) \\ a(s(x),s(y)) &\to a(x,a(s(x),y)) \end{aligned}$$

   Zeige dessen Terminierung mittels einer lexikografischen Pfadeordnung. (Damit ist dann insbesondere die Ackermannfunktion als total nachgewiesen, vgl. Übungsblatt 2, Aufgabe 3.) Zeige weiter, daß keine Knuth-Bendix-Ordnung zum Beweis der Terminierung benutzt werden kann.

2. [2, Aufgabe 7.2] Zeige, daß das folgende Lemma (Dicksons Lemma, 1913) als Anwendung des Satzes von Kruskal zu erhalten ist: Sei $A_1, A_2, \ldots$ eine unendliche Folge von n-Tupeln natürlicher Zahlen. Dann gibt es Indizes $i < j$ mit A_i komponentenweise kleiner als A_j.

3. [2, Aufgabe 7.6] Zeige die Terminierung von

$$\begin{aligned} \neg\neg x &\to x \\ \neg(x \wedge y) &\to \neg\neg\neg x \vee \neg\neg\neg y \\ \neg(x \vee y) &\to \neg\neg\neg x \wedge \neg\neg\neg y \end{aligned}$$

   mittels einer Knuth-Bendix-Ordnung. Geht das auch mit einer lexikografischen Pfadeordnung?

Literatur

[1] Franz Baader and Tobias Nipkow. *Term Rewriting and All That.* Cambridge University Press, 1998.

[2] Reinhard Bündgen. *Termersetzungssysteme—Theorie, Implementierung, Anwendung.* Vieweg, 1998.

Besprechung in der Übung am **4. Juli 2001**.