

Übungen zur Vorlesung Informatik IV

Blatt 1

Abgabe spätestens am 18.4.05, 14:00 Uhr

Allgemeine Hinweise zum Übungsbetrieb: Das wöchentliche Übungsblatt erscheint jeweils montags und ist bis zum darauffolgenden Montag abzugeben. Die Abgabe findet entweder bis 14:00 Uhr über den Abgabebriefkasten im 1. Stock der Theresienstr. oder zu Beginn der Zentralübung statt. Hausaufgaben, die nach 14:00 Uhr über den Briefkasten oder nach Beginn der Zentralübung abgegeben werden, werden nicht berücksichtigt.

Eine Abgabe in Gruppen ist zulässig. Die maximale Gruppengröße wird in der Vorlesung am Montag, den 11.4.05, bekanntgegeben.

Geben Sie Ihre Hausaufgaben nicht in einzelnen, losen Blättern ab, sondern heften Sie sie zusammen. Schreiben Sie auf jedes Blatt deutlich in Druckbuchstaben die Namen aller Beteiligten in Ihrer Gruppe sowie deren Matrikelnummern.

Aufgabe 1:

2 Punkte

Zeichnen Sie einen Ableitungsbaum für das Wort $(12 + 0) * (76 + 14 * 2)$ und die Grammatik $G = (\{E, T, F, Z\}, \{(\cdot), 0, \dots, 9, +, *\}, P, E)$, deren Produktionen wie folgt sind, an.

$$\begin{aligned} P &= \{ E \rightarrow T \mid E + T, \\ &\quad T \rightarrow F \mid T * F, \\ &\quad F \rightarrow 0 \mid 1Z \mid 2Z \mid \dots \mid 9Z \mid (E), \\ &\quad Z \rightarrow 0Z \mid \dots \mid 9Z \mid \epsilon \} \end{aligned}$$

Aufgabe 2:

3 Punkte

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Geben Sie induktive Definitionen für die folgenden Funktionen an.

- $|\cdot|_a : \Sigma^* \rightarrow \mathbb{N}$, wobei $|w|_a$ die Anzahl der Vorkommen des Symbols a in w misst.
- $\overleftarrow{\cdot} : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$, wobei \overleftarrow{w} die Umkehrung des Worts w ist.
- $\cdot^{-a} : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$, wobei w^{-a} aus w durch Löschen jedes Vorkommens von a entsteht.

Aufgabe 3:

4 Punkte

Beschreiben Sie in Worten die von den folgenden Grammatiken erkannten Sprachen.

a) $G_1 = (\{S, N\}, \{a, b\}, P, S)$, wobei

$$P = \{ S \rightarrow NNSa \mid \epsilon, \\ N \rightarrow b, \\ Na \rightarrow aN \}$$

b) $G_2 = (\{S, T, U\}, \{ \begin{smallmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}, \begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{smallmatrix} \}, P, S)$, wobei

$$P = \{ S \rightarrow \begin{smallmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix} T \mid \begin{smallmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix} U, \\ T \rightarrow \begin{smallmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix} T \mid \begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix} U, \\ U \rightarrow \begin{smallmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix} U \mid \begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix} U \mid \begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{smallmatrix} U \mid \epsilon \}$$

Hinweis: Betrachten Sie die beiden Zeilen innerhalb eines von der Grammatik erzeugten Wortes.

Aufgabe 4:

5 Punkte

Sei G_1 wie in der vorherigen Aufgabe definiert.

- Sei $w = ababbb$. Zeigen Sie, dass $w \in L(G_1)$, in dem Sie eine Folge von Ableitungsschritten $S \Rightarrow \dots \Rightarrow w$ angeben.
- Sei $w = abababb$. Zeigen Sie, dass $w \notin L(G_1)$. Hinweis: Finden Sie eine Eigenschaft von Satzformen, so dass die Satzform S diese Eigenschaft hat, die Satzform w sie aber nicht hat und die Eigenschaft von der Ableitungsrelation \Rightarrow erhalten wird.

Aufgabe 5:

6 Punkte

Geben Sie jeweils eine Grammatik an, die die folgenden Sprachen erzeugen.

- $L_1 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$.
- $L_2 = \{w \in (\Sigma \setminus \{0\})\Sigma^* \mid w \text{ ist eine durch drei teilbare Zahl in Dezimaldarstellung}\}$, wobei $\Sigma = \{0, \dots, 9\}$. *Hinweis:* Finden Sie eine Abbildung $f: \mathbb{N} \rightarrow A$ für eine beliebige, endliche Menge A , die sich in zwei Teilmengen A_1 und A_2 zerlegen lässt, so dass $f(n) \in A_1$ gdw. n durch drei teilbar ist. Benutzen Sie dann Ihre endliche Menge zur Konstruktion einer Grammatik.