Institut für Informatik
der Universität München
Prof. Dr. M. Hofmann
Dr. M. Lange

SS 05

27.6.05

Übungen zur Vorlesung **Informatik IV**

Blatt 11

Abgabe spätestens am 4.7.05, 14:00 Uhr

Aufgabe 56: **6 Punkte**

Haben die folgenden Instanzen des PCP jeweils eine Lösung?

a) $K_1 = ((aa, ab), (ab, bab), (ab, abb), (baa, aaa), (babbab, abba))$

b) $K_2 = ((ab, aba), (baa, aa), (aba, baa))$

Wenn ja, dann geben Sie eine Lösung und das dazugehörige Lösungswort an. Falls Sie keine von Hand finden, aber glauben, dass es eine gibt, dann programmieren Sie das Semi-Entscheidungsverfahren aus der Vorlesung. Wenn Sie der Meinung sind, es gäbe keine Lösung, dann beweisen Sie dies!

Aufgabe 57: **4 Punkte**

Zeigen Sie, dass das Postsche Korrespondenzproblem über einem einelementigen Alphabet entscheidbar ist.

Aufgabe 58: **4 Punkte**

Benutzen Sie die Unentscheidbarkeit des PCP, um die Unentscheidbarkeit der folgenden Probleme zu zeigen:

a) Gegeben eine kontext-freie Grammatik G, ist G mehrdeutig?

b) Gegeben eine kontext-freie Grammatik G, enthält G ein Palindrom, d.h. ein Wort w mit $w = \overleftarrow{w}$?

Aufgabe 59: **6 Punkte**

Geben Sie zu den folgenden Problemen jeweils an, ob diese in NP sind. Begründen Sie Ihre Antwort dadurch, dass Sie entweder einen Algorithmus für das jeweilige Problem angeben oder erläutern, warum Ihrer Meinung nach ein nicht-deterministischer Algorithmus mehr als polynomielle Zeit (gemessen an der Länge der Eingabe) brauchen würde, um das Problem zu lösen.

a) Gegeben ein boolescher Schaltkreis, bestehend aus k einzelnen Gattern (z.B. AND, OR, NOT, etc.), mit n Eingängen und einem Ausgang. Gefragt: Stellt der Schaltkreis eine andere Funktion dar, als die konstante Funktion $f : \{0,1\}^n \to \{0,1\}$, $f(x_1, \ldots, x_n) = 0$?

b) Gegeben ein Bauplan für ein Haus, bestehend aus n Teilen, welcher zu jedem Teil A angibt, welche anderen Teile bereits (ein)gebaut sein müssen, bevor A eingebaut werden kann. Gefragt: Kann das Haus überhaupt gebaut werden?

c) Gegeben ganze Zahlen $z_1, \ldots, z_k$, gefragt ist, ob es Zahlen $n_1, \ldots, n_k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, gibt, so dass $\sum_{i=1}^{k} z_i \cdot n_i = 0$. *Hinweis:* Überlegen Sie sich erstens genau, was hier die Länge der Eingabe ist! Überlegen Sie sich zweitens genau, was zu entscheiden ist!