

Übungen zur Vorlesung Informatik IV

Blatt 9

Abgabe spätestens am 20.6.05, 14:00 Uhr

Aufgabe 47:

5 Punkte

Schreiben Sie ein LOOP-Programm MOD_c welches die Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(n) = n \bmod c$ berechnet. Benutzen Sie keine abkürzenden Funktionsaufrufe und kommentieren Sie Ihr Programm! Sie erhalten die volle Punktzahl, wenn Ihr Programm mit einer einzigen LOOP-Schleife auskommt, und ansonsten höchstens vier Punkte.

Aufgabe 48:

3 Punkte

Zur Erinnerung: Die Addition auf natürlichen Zahlen ist LOOP-berechenbar, somit auch die Multiplikation, und damit dann auch die Fakultätsfunktion.

$+$:	$x_0 := x_2 ;$	$*$:	$x_0 := 0 ;$	$!$:	$x_2 := 1 ;$
	LOOP x_1 DO		LOOP x_1 DO		LOOP x_1 DO
	$x_0 := x_0 + 1$		$x_0 := x_0 + x_2$		$x_0 := x_0 * x_2 ;$
	END		END		$x_2 := x_2 + 1$
					END

Schreiben Sie ein LOOP-Programm, welches die Fakultätsfunktion berechnet, ohne abkürzende Funktionsaufrufe zu verwenden. Vergessen Sie nicht, Ihr Programm ausreichend zu kommentieren!

Aufgabe 49:

4 Punkte

Schreiben Sie ein GOTO-Programm, welches die Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(n) = 3^n$ berechnet. Benutzen Sie keine abkürzenden Funktionsaufrufe und kommentieren Sie Ihr Programm!

Aufgabe 50:

4 Punkte

In dieser Aufgabe soll gezeigt werden, dass funktionale (wie z.B. ML-) Programme mindestens so berechnungsstark sind wie GOTO-Programme. Sei

$$M_1 : A_1 ; \dots ; M_k : A_k$$

ein GOTO-Programm P , welches nur die Variablen x_0, \dots, x_m benutzt. Definieren Sie eine Funktion $f : \mathbb{N}^{m+1} \rightarrow \mathbb{N}$, so dass gilt: $f(n_0, \dots, n_m)$ ist der Wert der Variablen x_0 nach Ausführung des Programms P , wobei zu Beginn die Variablen x_0, \dots, x_m mit den Werten n_0, \dots, n_m initialisiert wurden.

Hinweis: Es bietet sich an, simultan und rekursiv für jede Marke solch eine Funktion zu definieren.

Aufgabe 51:**4 Punkte**

In dieser Aufgabe modellieren wir endliche Automaten durch GOTO-Programme. Sei $\mathcal{A} = (Z, \Sigma, \delta, z_0, E)$ ein DEA (!) über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$. Wir fassen ein Eingabewort $w \in \{0, 1\}^*$ als natürliche Zahl in binärer Kodierung auf. Wir gehen ausnahmsweise davon aus, dass das höchstwertige Bit ganz rechts steht und führende Nullen weggelassen werden, also z.B. $\text{bin}(14) = 0111$ und $\text{bin}(0) = \epsilon$.

Man kann also sagen, dass solch ein DEA \mathcal{A} eine Funktion berechnet, nämlich $f_{\mathcal{A}} : \mathbb{N} \rightarrow \{0, 1\}$ mit $f_{\mathcal{A}}(n) = 1$ gdw. $\text{bin}(n) \in L(\mathcal{A})$.

Geben Sie zu einem beliebigen DEA \mathcal{A} ein GOTO-Programm $P_{\mathcal{A}}$ an, welches $f_{\mathcal{A}}$ berechnet! Sie dürfen dazu Division, also Anweisungen der Form

$$x_i := x_j \text{ div } c \quad \text{und} \quad x_i := x_j \text{ mod } c$$

für feste $c \in \mathbb{N}$ verwenden. Erläutern Sie die Idee und kommentieren Sie Ihr Programm!