

Übungen zur Vorlesung Algorithmen für das SAT-Problem

Blatt 3

Aufgabe 7: Eine Formel F in KNF ist in der Klasse $\mathcal{C}$, falls gilt: Jede Variable, die in F mehr als zweimal vorkommt, kommt in F nur in 2-Klauseln vor.

Zeigen Sie, dass das Erfüllbarkeitsproblem für Formeln in $\mathcal{C}$ NP-vollständig ist.

Aufgabe 8: Eine Formel in KNF ist in $\text{KNF}(k, l)$, falls sie in $\text{KNF}(l)$ ist, also jede Variable höchstens l -mal vorkommt, und außerdem nur aus k -Klauseln besteht.

Zeigen Sie, dass für jedes k das Erfüllbarkeitsproblem für Formeln in $\text{KNF}(k, k)$ trivial ist.

Hinweis: Benutzen Sie den *Heiratssatz* von Hall: in einem bipartiten Graphen (U, V, E) mit $E \subseteq U \times V$ gibt es genau dann ein Matching von U nach V , wenn für jede Teilmenge $A \subset U$ gilt $|N(A)| \geq |A|$. Dabei ist $N(A)$ die Nachbarschaft von A , also $N(A) := \{v \in V; (u, v) \in E \text{ für ein } u \in A\}$.

Aufgabe 9: Sei C eine Klausel, und a ein Literal in C . Dann heißt C *blockiert bzgl. a für F* , falls gilt:

Für jede Klausel D in F , die $\bar{a}$ enthält, gibt es ein Literal b in D , sodaß $\bar{b}$ in C ist.

C heißt *blockiert für F* , falls C bzgl. eines Literals a in C blockiert für F ist.

1. Zeigen Sie, dass das Hinzufügen und/oder Löschen blockierter Klauseln die Erfüllbarkeit erhält.
2. Nutzen Sie dies, um den Begriff der Autarkie geeignet zu verallgemeinern, so dass ein Analogon zur Proposition 19 (Eigenschaft autarker Bewertungen) gilt.

Besprechung am Montag, 9. Mai 2005 um 10 Uhr c.t. (Raum wird noch bekanntgegeben).