25. April 2007

Übungen zur Vorlesung
Approximationsalgorithmen
Blatt 1

Aufgabe 1. Eine aussagenlogische Formel in KNF ist in 2-KNF, wenn jede Klausel aus genau zwei Literalen besteht. Das Entscheidungsproblem 2-SAT ist der Spezialfall von SAT, in dem nur 2-KNF Formeln zugelassen sind.

1. Sei φ eine Formel in 2-KNF und sei C eine aus zwei Literalen bestehende Klausel. Geben Sie einen Algorithmus an, der in polynomieller Zeit entscheidet, ob C aussagenlogisch aus φ folgt. [*Hinweis:* Die Klausel $a \vee b$ ist äquivalent zu den Implikationen $\neg a \to b$ und $\neg b \to a$. Damit lässt sich die Frage auf ein Erreichbarkeitsproblem für Graphen zurückführen.]

2. Folgern Sie, dass 2-SAT in **P** liegt.

Aufgabe 2. Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Eine Färbung von G mit k Farben ist eine Funktion $\chi\colon V \to \{1, \ldots, k\}$ mit der Eigenschaft

$$\forall x, y \in V. \quad (x, y) \in E \implies \chi(x) \neq \chi(y).$$

Das Entscheidungsproblem k-Color ist wie folgt definiert: Eine Instanz ist Paar (G, k) von einem ungerichteten Graphen G und einer natürlichen Zahl k. Gefragt ist, ob der Graph G eine Färbung mit k Farben hat.

1. 2-Color ist in **P**. Geben Sie einen Algorithmus an, der dies zeigt. [*Hinweis:* Welche Konsequenzen hat die Zuweisung einer Farbe an einen Knoten?]

2. Zeigen Sie, dass 3-Color **NP**-vollständig ist. [*Hinweis:* Geben Sie eine Reduktion von 3-SAT auf 3-Color an. Dreiecke sind für die Konstruktion nützlich.]

Abgabe: Mittwoch, 2. Mai, vor der Vorlesung