

Übungen zur Vorlesung Effiziente Algorithmen

Blatt 3

Hausaufgaben

Aufgabe H-8:

- a) In der folgenden Liste A ist die Heap-Bedingung an genau einer Stelle i verletzt.

12, 91, 70, 26, 44, 33, 7, 25, 22, 21, 15, 11, 16, 3, 6, 8, 23, 9, 17, 16, 7

Finden die Stelle i (mit Begründung), und dokumentieren Sie die Arbeitsweise der Methode `HEAPIFY` anhand dieser Parameter (A, i) . Hierzu genügt es, für jeden rekursiven Aufruf den Wert der Variable `LARGEST` und das Paar, das vertauscht wird, anzugeben.

- b) Beweisen Sie (anhand einer konkreten Familie von worst-case Beispielen), dass die Methode `HEAPIFY` Zeit $\Omega(\log n)$ benötigt.

(4 Punkte)

Aufgabe H-9: Ergänzen Sie die Datenstruktur `HEAP` um eine Methode `HEAP-DELETE(A, i)`, die das Löschen des Schlüssels an Position i ermöglicht. Geben Sie einen entsprechenden Algorithmus in Pseudocode an, der in Zeit $O(\log n)$ abläuft, und zeigen Sie dessen Korrektheit und die obere Schranke an die Laufzeit.

(4 Punkte)

Aufgabe H-10: Entwerfen Sie einen Sortieralgorithmus, der auf Priority Queues basiert, und der Zeit $O(n \log n)$ benötigt. Skizzieren Sie den Algorithmus, zeigen Sie dessen Korrektheit und die obige Schranke an die Laufzeit. (4 Punkte)

Aufgabe H-11: Stellen Sie die Arbeitsweise der Methode PARTITION für die folgende Liste dar: 14, 20, 10, 6, 13, 9, 8, 5, 22, 3, 7, 12. Dokumentieren Sie dabei den Verlauf der Position der Zeiger i, j, p, r . (2 Punkte)

Aufgabe H-12: Zeigen Sie, dass QUICKSORT bei Eingabe eines absteigend sortierten Arrays der Größe n (ohne Duplikate) eine Laufzeit von $\Theta(n^2)$ benötigt. *Hinweis:* Beachten Sie, dass die Methode PARTITION im Allgemeinen mit Seiteneffekten(!) behaftet ist, d.h. das "Look&Feel" der Liste u.U. stark verändert. Finden Sie für den hier betrachteten Spezialfall eine geeignete invariante Eigenschaft. (6 Punkte)

Abgabe bis Dienstag, 15. Mai, 09.15 Uhr in einer der Vorlesungen oder Übungen oder im dafür vorgesehenen Briefkasten in der Theresienstraße.