

Übungen zur Vorlesung Effiziente Algorithmen

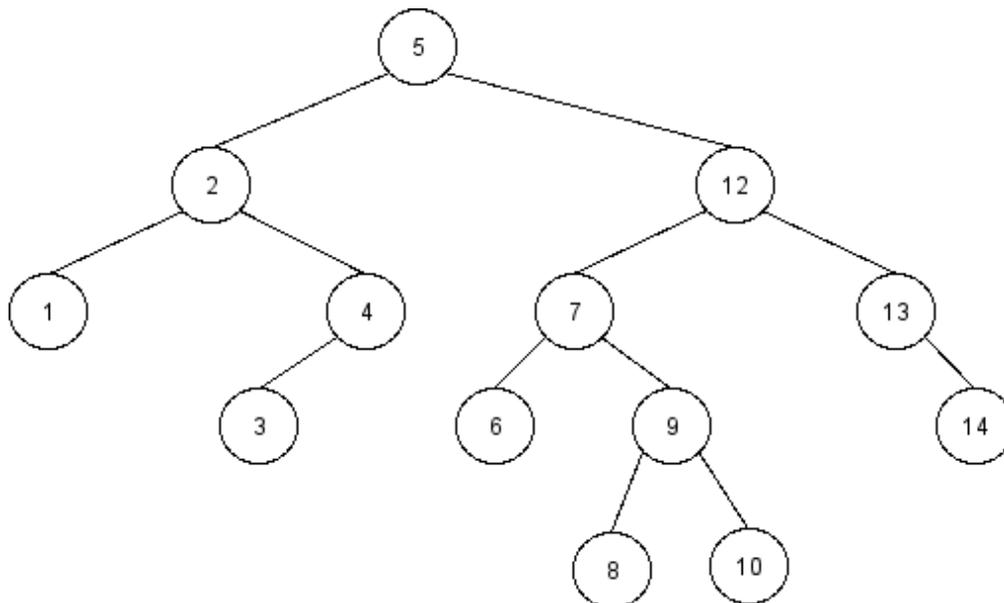
Blatt 5

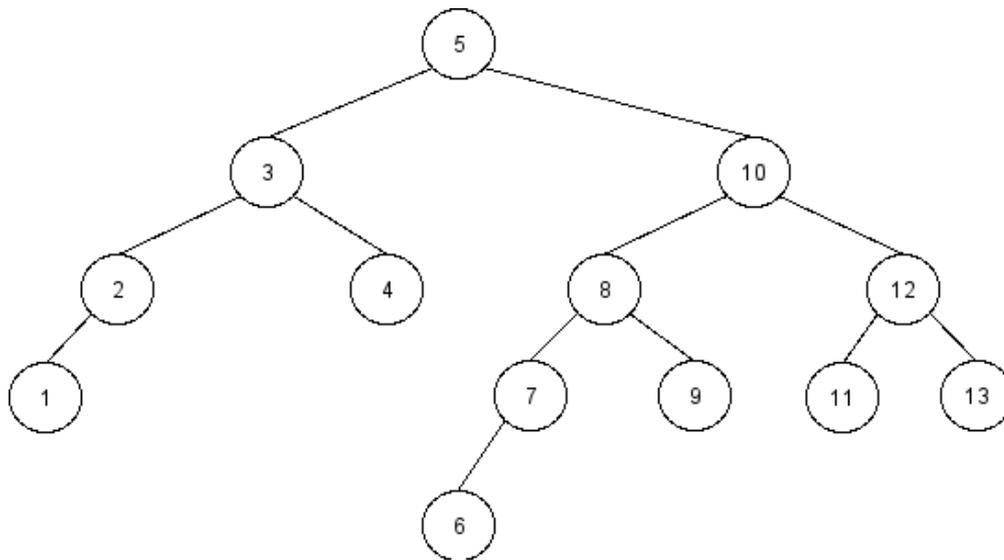
Aufgabe H-16: Wie groß ist die minimale und maximale Höhe eines (nicht notwendigerweise balancierten) binären Suchbaumes mit n Knoten? Beschreiben Sie für jedes n je eine Folge von n Schlüsseln, deren sukzessives Einfügen in einem Binärbaum minimaler bzw. maximaler Höhe resultiert.

(4 Punkte)

Aufgabe H-17: Durch die folgenden Operationen, die in der Vorlesung für binäre Suchbäume eingeführt wurden, wird in den untenstehenden Bäumen die AVL-Bedingung (siehe Hinweis) verletzt. Stellen Sie deshalb nachher die AVL-Bedingung (an allen Knoten) jeweils durch eine geeignete Folge von (Doppel-)Rotationen wieder her. Dokumentieren Sie die Schritte geeignet, die bei folgenden Operationen durchgeführt werden müssen:

a) Fügen Sie den Schlüssel 11 in den folgenden AVL-Baum ein:





b) Löschen Sie den Schlüssel 4 aus folgendem AVL-Baum:

Zur Erinnerung: Die AVL-Bedingung besagt, dass für *jeden Knoten* in einem AVL-Baum die Differenz der Höhen des linken und rechten Teilbaums jeweils entweder 0, 1, oder -1 sein muss. Das lokale Wiederherstellen der AVL-Bedingung durch (Doppel-)Rotation an einem Knoten führt eventuell zur Verletzung der Bedingung eine Ebene höher. (6 Punkte)

Aufgabe H-18:

- Zeigen Sie die Rot-Schwarz-Bäume, die entstehen, wenn man in einen anfänglich leeren Rot-Schwarz-Baum der Reihe nach die Schlüssel 41, 38, 31, 12, 19, 8 einfügt.
- Zeichnen Sie Rot-Schwarz-Bäume mit den Elementen 1 bis 15, jeweils mit maximaler und minimaler Höhe.

(6 Punkte)

Aufgabe H-19: Wie gross ist die maximale Anzahl innerer Knoten eines Baums mit Schwarz-Höhe h , der die Rot-Schwarz-Bedingung erfüllt? Beschreiben Sie für alle h eine konkrete Familie von Rot-Schwarz-Bäumen und der Schlüssel darin, die diese Anzahl realisiert. (4 Punkte)

Abgabe bis Mittwoch, 30. Mai, 11.30 Uhr im dafür vorgesehenen Briefkasten in der Theresienstraße.