

Übungen zur Vorlesung Effiziente Algorithmen

Blatt 8

Aufgabe H-28: Gegeben sei das Alphabet $\{a, b, c, d, e, f, g\}$ mit den folgenden Häufigkeiten:

$$a : 1, b : 24, c : 5, d : 20, e : 47, f : 1, g : 2.$$

- a) Konstruieren Sie dafür einen optimalen Präfixcode mit Hilfe des Huffman-Algorithmus.
- b) Ein älterer Ansatz zur Konstruktion eines guten Codes ist der folgende: Man teilt das momentane Alphabet in zwei Teile, so dass die Summe der relativen Häufigkeiten der beiden Teile möglichst nahe bei 0.5 ist. Die Codes für die Symbole in der linken Hälfte beginnen mit 0, und die Codes für die Symbole in der rechten Hälfte beginnen mit 1. Anschließend arbeitet man rekursiv derart mit den beiden Teilmengen des Alphabets weiter, dass bei jeder Aufspaltung die relativen Häufigkeiten in jedem Schritt möglichst genau halbiert werden. Zeigen Sie durch ein Gegenbeispiel, dass der zweite Ansatz jedoch nicht immer einen optimalen Präfix-code erzeugt.

(4 Punkte)

Aufgabe H-29: Wir definieren im Folgenden auf der Menge der Wörter über einem festen Alphabet A ein Abstandsmaß, das die Ähnlichkeit zweier Wörter $x[1 \dots n] = x_1x_2 \dots x_n$ und $y[1 \dots m] = y_1y_2 \dots y_m$ mißt. Der Abstand $d(x, y)$ ist definiert als die minimale Anzahl elementarer Operationen, die notwendig sind, um das Wort x sukzessive in das Wort y zu überführen. Erlaubt seien die folgenden elementaren Operationen:

- Einfügen eines Zeichens in das Wort x ,
- Ersetzen eines einzelnen Zeichens in x durch ein anderes
- Löschen eines einzelnen Zeichens in x

- a) Zeigen Sie, dass für die beiden Wörter $x = \text{hausaufgabe}$ und $y = \text{klausur}$ gilt: $d(x, y) \leq 8$.
- b) Geben Sie eine rekursive Beschreibung an, mittels derer $d(x, y)$ berechnet werden kann.
- c) Beschreiben Sie, wie diese rekursive Beschreibung mittels dynamischer Programmierung in Zeit $O(m \cdot n)$ berechnet werden kann. Argumentieren Sie, warum Ihr Programm korrekt ist, und in der angegebenen Zeit terminiert.

Hinweis: Falls Sie für Aufgabe c) Pseudo-Code verwenden, kommentieren Sie diesen bitte ausreichend, insbesondere die Rollen von Variablen etc.

(8 Punkte)

Aufgabe H-30: Gegeben sei eine Folge $A = \langle a_1, \dots, a_n \rangle$ von Zahlen. Verwenden Sie dynamische Programmierung, um einen Algorithmus zu konstruieren, der in Zeit $O(n^2)$ eine längste monoton wachsende Teilfolge, also eine längstmögliche Teilfolge $M = \langle m_1, \dots, m_k \rangle$ von A mit $m_1 < m_2 < \dots < m_k$ findet. Argumentieren Sie, warum Ihr Programm korrekt ist, und in der angegebenen Zeit terminiert.

Hinweis: Falls Sie für die Beschreibung des Algorithmus Pseudo-Code verwenden, kommentieren Sie diesen bitte ausreichend, insbesondere die Rollen von Variablen etc.

(8 Punkte)

Abgabe bis Dienstag, 26. Juni, 09.00 Uhr im dafür vorgesehenen Briefkasten in der Theresienstraße.