Ludwig-Maximilians-Universität München **SS 2007**
Institut für Informatik **Aufgabenblatt 4**
Dr. Brandt / Fischer & Harrenstein **14. Mai 2007**

Übung zur Vorlesung Multiagentensysteme

Tutorübung: 16. Mai 2007 Abgabetermin Hausaufgaben: 23. Mai 2007

Aufgabe 1 (*Nash Gleichgewicht und security level*) (**T**)

Betrachten Sie das folgende Spiel mit zwei Spielern:

	L	R
T	$2,6$	$4,2$
B	$6,0$	$0,4$

(a) Bestimmen Sie security level und Maximin Strategie jedes Spielers.

(b) Bestimmen Sie das einzige Nash Gleichgewicht des Spiels. Wie hoch sind die Auszahlungen beider Spieler in diesem Gleichgewicht?

(c) Welche Strategien würden Sie den Spielern empfehlen?

Aufgabe 2 (*Generische* 2*-Spieler Spiele*)

Ein Spiel heißt *generisch*, wenn für alle Spieler i und alle Aktionsprofile $a, a' \in A$ mit $a_i \neq a'_i$ gilt:

$$u_i(a) \neq u_i(a_{-i}, a'_i)$$

(a) Geben Sie ein Beispiel für ein generisches 2-Spieler Spiel, das degeneriert ist.

(b) Geben Sie ein Beispiel für ein nicht-degeneriertes 2-Spieler Spiel, das nicht generisch ist. (**H**)

(c) Geben Sie ein Beispiel für ein generisches Spiel, in dem sich die Auszahlung jedes Spieler in jedem Nash Gleichgewicht von seinem security level unterscheidet. (**H**)

(d) Sei G ein generisches 2-Spieler Spiel mit genau zwei Aktionen für jeden Spieler und ohne schwach dominierte Aktionen. Zeigen Sie folgende Aussage: Wenn die Maximin Strategie eines Spielers in G echt gemischt ist (d.h. beide Aktionen werden mit positiver Wahrscheinlichkeit gespielt), dann existiert ein Nash Gleichgewicht, in dem die Auszahlung dieses Spielers genau seinem security level entspricht. (**H**☆)

Aufgabe 3 (*Gleichgewichte in unendlichen Spielen*) (**H**)

Konstruieren Sie ein Spiel mit *unendlich* vielen Aktionen, das *kein* Nash Gleichgewicht besitzt.

Aufgabe 4 (*Korrelierte Gleichgewichte*)

Eine *korrelierte Strategie* in einem Normalform-Spiel ist eine Wahrscheinlichkeitsverteilung über Ergebnissen dieses Spiels. Eine korrelierte Strategie $\mu \in \Delta(A)$ heisst *korreliertes Gleichgewicht*, wenn für jeden Spieler i und alle Aktionen $a, b \in A_i$ dieses Spielers gilt:

$$\sum_{s \in A} \mu(s_{-i}, a)(u_i(s_{-i}, a) - u_i(s_{-i}, b)) \geq 0$$

(a) Zeigen Sie, dass das Produkt der Strategien jedes Nash Gleichgewichtes ein korreliertes Gleichgewicht ist. (**T**)

(b) Zeigen Sie, dass *jedes* Auszahlungsprofil in der konvexen Hülle der Auszahlungsprofile in korrelierten Gleichgewichten in einem korrelierten Gleichgewicht erreicht werden kann. (**T**)

(c) Betrachten Sie folgendes Spiel:

	L	R
T	$6, 6$	$2, 7$
B	$7, 2$	$0, 0$

Dieses Spiel besitzt genau zwei reine Nash Gleichgewichte mit den Auszahlungsprofilen $(2, 7)$ und $(7, 2)$ und genau ein zusätzliches (gemischtes) Gleichgewicht mit dem Auszahlungsprofil $(14/3, 14/3)$. Zeigen Sie, dass das Spiel ein korreliertes Gleichgewicht mit dem Auszahlungsprofil $(5, 5)$ besitzt. (**H**)

Aufgabe 5 (*Symmetrische Nullsummenspiele*) (**H**)

Ein Spiel heisst *symmetrisch*, wenn $A_i = A_j$ für alle Spieler i, j, und wenn für alle Spieler i, j und alle Aktionsprofile a, a' mit $a_i = a'_j$ und $a_{-i} = a'_{-j}$ gilt:

$$u_i(a) = u_j(a')$$

(a) Zeigen Sie, dass es in jedem symmetrischen Nullsummenspiel mit zwei Spielern ein *symmetrisches* Nash Gleichgewicht gibt, d.h. ein Gleichgewicht s mit $s_i = s_j$ für alle Spieler i, j.

(b) Zeigen Sie, dass jedes symmetrische Nullsummenspiel mit zwei Spielern Wert 0 hat.