

Übung zur Vorlesung Multiagentensysteme

Tutorübung: 23. Mai 2007 Abgabetermin Hausaufgaben: 6. Juni 2007

Vorlesung und Übung finden in der Woche vom 28. Mai (Pfingstmontag) nicht statt.

Aufgabe 1 (*Extensive Form*) (T)

Koch, Kellner und Manager eines Restaurants entscheiden über die Zusammenstellung eines Menüs. Der Koch wählt zwischen einem Fischgericht und einem Fleischgericht, der Kellner wählt zwischen Weisswein und Rotwein. Der Koch bevorzugt Fisch vor Fleisch, der Kellner Rotwein vor Weisswein. Beide sind sich einig, dass eine Kombination aus Fisch und Rotwein bzw. Fleisch und Weisswein völlig indiskutabel ist. Der Manager bevorzugt Fleisch vor Fisch. Koch und Kellner wählen nacheinander. Der Manager bestimmt, wer von beiden zuerst wählt.

- (a) Modellieren Sie diese Situation als Spiel in extensiver Form.
- (b) Wandeln Sie das Spiel in seine Normalform um.
- (c) Berechnen Sie alle reinen Nash Gleichgewichte der Normalform. Welche dieser Gleichgewichte sind teilspielperfekt?

Aufgabe 2 (*Extensive Form und iterierte schwache Dominanz*) (H)

Sei G die induzierte Normalform eines extensiven Spiels mit genau einem teilspielperfekten Gleichgewicht s .

- (a) Zeigen oder widerlegen Sie, dass es eine Sequenz von Eliminierungen schwach dominierter Aktionen gibt, so dass alle verbleibenden Auszahlungsprofile die selben Auszahlungen wie s liefern.
- (b) Zeigen oder widerlegen Sie, dass es eine Sequenz von Eliminierungen schwach dominierter Aktionen gibt, in der s gelöscht wird.

Aufgabe 3 (*Vorwärtsinduktion*)

Betrachten Sie folgende Abwandlung des aus der Vorlesung bekannten Spiels „Battle of the Sexes“. Bevor sich beide Spieler entscheiden, ob Sie zum Boxkampf oder zum Ballett gehen, hat Spieler 1 die Möglichkeit, öffentlich Geld im Wert von einer Geldeinheit zu verbrennen.

- (a) Modellieren Sie diese Situation als Spiel in extensiver Form. Beachten Sie, dass die Entscheidungen zwischen Boxkampf und Ballett nicht vom jeweils anderen Spieler beobachtet werden können und demnach in der selben Informationsmenge münden. (T)
- (b) Wandeln Sie das Spiel in seine Normalform um. Beachten Sie, dass eine Strategie der Normalform die Wahl einer Aktion für jede Informationsmenge beinhaltet. (H)

- (c) Zeigen Sie, dass das von Spieler 1 bevorzugte Ergebnis, in dem beide Spieler den Boxkampf besuchen, als Lösung durch iterierte schwache Dominanz erreicht werden kann. Was folgern Sie daraus? (H)

Aufgabe 4 (Drohungen)

A besitzt ein Geschäft und macht damit einen Gewinn von 6 Geldeinheiten. B hat die Möglichkeit, 1 Geldeinheit zu investieren und ein Geschäft in direkter Nachbarschaft zu eröffnen. Entschließt sich B zum Wettbewerb, so kann A einen aggressiven Konkurrenzkampf führen oder den Markt aufteilen. Der Gewinn in den beiden Fällen beträgt 0 bzw. 3 Geldeinheiten für jeden der beiden Spieler.

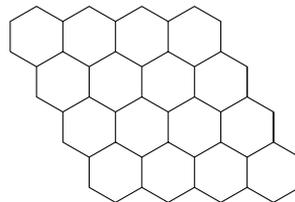
- (a) Modellieren Sie diese Situation als Spiel in extensiver Form und bestimmen Sie das teilspielperfekte Gleichgewicht. (T)
- (b) Erklären Sie, warum eine Drohung durch A , einen aggressiven Konkurrenzkampf führen zu wollen, unglaubwürdig wäre. (T)

A hat nun zusätzlich die Möglichkeit, zu Beginn des Spieles sein Geschäft auszubauen, um sich auf einen eventuellen Wettbewerb mit B vorzubereiten. Dieser Ausbau kostet 1 Geldeinheit und erhöht A 's Gewinn im Falle eines aggressiv geführten Konkurrenzkampfes um 3 Geldeinheiten. B 's Gewinn bleibt unverändert.

- (c) Modellieren Sie die veränderte Situation wieder als Spiel in extensiver Form und bestimmen Sie das teilspielperfekte Gleichgewicht. Diskutieren Sie das Ergebnis. (H)

Aufgabe 5 (Hex) (H)

Das Spiel *Hex* wird von zwei Spielern, Rot und Blau, auf einem Spielbrett aus k^2 Sechsecken gespielt, die in einem Parallelogramm der Seitenlänge k angeordnet sind. Die folgende Abbildung zeigt das Spielbrett für $k = 4$.



Jeder Spieler kontrolliert zwei gegenüberliegende Seiten des Parallelogramms. Die Spieler ziehen abwechselnd und markieren ein bisher unmarkiertes Sechseck mit ihrer jeweiligen Farbe. Es gewinnt derjenige Spieler, der zuerst seine beiden Seiten des Parallelogramms durch eine zusammenhängende Region von Sechsecken seiner Farbe verbindet.

- (a) Zeigen Sie, dass eine Hex-Partie niemals unentschieden enden kann.
- (b) Geben Sie Gewinnstrategien für die Fälle $k = 3$ und $k = 4$ an.
- (c) Zeigen Sie, dass einer der beiden Spieler eine Gewinnstrategie für beliebiges k besitzt.
- (d) Was passiert, wenn Hex auf einem Spielbrett der Größe $k \times (k - 1)$ gespielt wird?