Ludwig-Maximilians-Universität München | **SS 2007**
Institut für Informatik | **Aufgabenblatt 7**
Dr. Brandt / Fischer & Harrenstein | **11. Juni 2007**

Übung zur Vorlesung Multiagentensysteme

Tutorübung: 13. Juni 2007 Abgabetermin Hausaufgaben: 27. Juni 2007
Achtung: Die Tutorübung am 20. Juni entfällt.

Aufgabe 1 (*Condorcet-Verfahren*)

(a) Zeigen Sie, dass die Smith-Menge eindeutig ist. (**H**)

(b) Zeigen oder widerlegen Sie, dass jeder Copeland-Gewinner in der Smith-Menge liegt. (**H**)

(c) Zeigen oder widerlegen Sie, dass das Copeland-Verfahren Pareto-optimal ist. (**T**)

Aufgabe 2 (*Alternative Charakterisierungen der Smith-Menge*)

Sei $(A, \succ)$ ein endlicher und vollständiger (ungewichteter) Mehrheitsgraph.

(a) Zeigen Sie, dass für jede Teilmenge $X \subseteq A$,

$x \succ y$ für alle $x \in X$ und alle $y \notin X$ genau dann wenn $y \succ x$ für kein $x \in X$ und kein $y \notin X$. (**T**)

(b) Sei $\succ^\star$ der *strikte* Teil der transitive Hülle von $\succ$. Zeigen oder widerlegen Sie, dass die Menge $\{x \in A : y \succ^\star x \text{ für kein } y \in A\}$ mit der Smith-Menge zusammenfällt. (**H**☆)

Aufgabe 3 (*Minimax-Verfahren*)

Das *Minimax-Verfahren M* wählt diejenigen Alternativen aus, für die das schlechteste Ergebnis eines direkten Vergleichs gegen eine andere Alternative am wenigsten stark ausfällt. Sei $d(x, y) = \#\{i \in N : x \succ_i y\} - \#\{i \in N : y \succ_i x\}$. Für ein Präferenzprofil $(\succsim_1, \ldots, \succsim_n)$ gilt dann

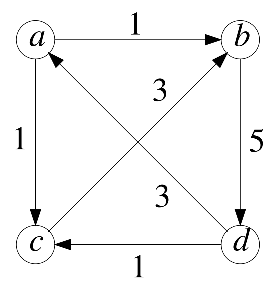
$$M(\succsim_1, \ldots, \succsim_n) = \operatorname*{argmax}_{x \in A} \min_{y \in A} d(x, y).$$

(a) Zeigen Sie, dass das Minimax-Verfahren Pareto-optimal ist. (**T**)

(b) Zeigen Sie, dass das Minimax-Verfahren die Condorcet-Bedingung erfüllt. (**H**)

(c) Geben Sie ein Beispiel, in dem das Minimax-Verfahren eine Alternative auswählt, die nicht in der Smith-Menge liegt. (**H**)

Aufgabe 4 (*Kemeny-Verfahren*) (**H**)



(a) Bestimmen Sie die soziale Präferenzrelation mit Hilfe des Kemeny-Verfahrens für den oben angegebenen gewichteten Mehrheitsgraphen.

(b) Zeigen Sie, dass das Kemeny-Verfahren Pareto-optimal ist.

(c) Zeigen Sie, dass die am meisten präferierte Alternative in der sozialen Präferenzrelation gemäß Kemeny immer in der Smith-Menge liegt.

Aufgabe 5 (*Punkteverfahren*)

(a) Geben Sie ein Beispiel, in dem alle Wähler strikte Präferenzen besitzen und bei dem sich die soziale Präferenzordnung nach Borda vollständig umkehrt, wenn die schlechteste Alternative nicht mehr zur Verfügung steht. (**T**)

(b) Zeigen Sie, dass jedes Punkteverfahren anonym, neutral und konsistent ist. (**H**)