

Übung zur Vorlesung Multiagentensysteme

Tutorübung: 27. Juni 2007 Abgabetermin Hausaufgaben: 4. Juli 2007

Aufgabe 1 (Offenbarung von Präferenzen)

Betrachten Sie $A = \{a, b, c\}$, $N = \{1, 2\}$ sowie die Präferenzen \succsim_1, \succsim_2 und \succsim'_2 , die gegeben sind durch $a \succ_1 b \succ_1 c$, $c \succ_2 b \succ_2 a$ und $b \succ'_2 a \succ'_2 c$. Für welche der folgenden SCFs wäre Spieler 2 bereit, seine Präferenzen wahrheitsgemäß zu offenbaren?

- (a) $f(\succsim_1, \succsim_2) = b$ und $f(\succsim_1, \succsim'_2) = a$ (T)
- (b) $f(\succsim_1, \succsim_2) = b$ und $f(\succsim_1, \succsim'_2) = b$ (H)
- (c) $f(\succsim_1, \succsim_2) = c$ und $f(\succsim_1, \succsim'_2) = a$ (H)
- (d) $f(\succsim_1, \succsim_2) = c$ und $f(\succsim_1, \succsim'_2) = b$ (H)
- (e) $f(\succsim_1, \succsim_2) = c$ und $f(\succsim_1, \succsim'_2) = c$ (H)
- (f) $f(\succsim_1, \succsim_2) = b$ und $f(\succsim_1, \succsim'_2) = c$ (H)

Aufgabe 2 (Maskin-Monotonie)

Die schwache Pareto SCC F wählt alle Alternativen aus, für die es keine andere Alternative gibt, die von allen Wählern bevorzugt wird, d.h.

$$F(\succsim_1, \dots, \succsim_n) = \{a \in A \mid \text{es gibt kein } b \in A, \text{ so dass } b \succ_i a \text{ für alle } i \in N\}.$$

- (a) Zeigen oder widerlegen Sie, dass die schwache Pareto SCC Maskin-monoton ist. (H)
- (b) Zeigen oder widerlegen Sie, dass das Borda-Verfahren Maskin-monoton ist. (H)
- (c) Zeigen oder widerlegen Sie, dass das Copeland-Verfahren Maskin-monoton ist. (T)

Aufgabe 3 (Einstimmige Entscheidung) (H)

Betrachten Sie die folgende choice function f , wobei $a^* \in A$ eine beliebige Alternative ist:

$$f(\succsim_1, \dots, \succsim_n) = \begin{cases} a & \text{falls } a \succ_i b \text{ für alle } i \in N \text{ und alle } b \neq a, \\ a^* & \text{sonst.} \end{cases}$$

Zeigen Sie *ohne sich auf den Satz von Gibbard-Satterthwaite zu beziehen*, dass f nicht in dominanten Strategien implementierbar ist, wenn $|A| \geq 3$ und die Menge der erlaubten Präferenzprofile nicht eingeschränkt ist.

Aufgabe 4 (Nash-Implementierung mit zwei Agenten) (T)

Eine SCC heißt schwach Pareto optimal, wenn sie keine Alternative x auswählt, so dass es eine andere Alternative y gibt mit $y \succeq_i x$ für alle $i \in N$ und $y \succ_i x$ für mindestens ein $i \in N$. Zeigen Sie, dass im Fall $n = 2$ jede schwach Pareto optimale und Nash-implementierbare SCC diktatorisch ist.

Aufgabe 5 (Zuweisung eines Gegenstandes)

Ein Gegenstand soll einem der Spieler $1, \dots, n$ zugewiesen werden. Jeder Spieler zieht es entweder vor, den Gegenstand zu bekommen, oder ihn nicht zu bekommen. Das Ziel ist, den Gegenstand einem Spieler zuzuweisen, der ihn auch bekommen möchte.

- (a) Die Menge der möglichen Präferenzprofile sei nun so eingeschränkt, dass es genau einen Spieler gibt, der den Gegenstand bekommen möchte. Betrachten Sie den (direkten) Mechanismus, in dem jeder Spieler angibt, ob er den Gegenstand bekommen möchte oder nicht, und der Gegenstand dem Spieler mit dem niedrigsten Index zugewiesen wird, der angibt, den Gegenstand bekommen zu wollen. Gibt es keinen solchen Spieler, soll Spieler n den Gegenstand bekommen. Zeigen Sie, dass dieser Mechanismus die SCF in Nash-Gleichgewichten implementiert. (T)
- (b) Es gebe nun in jedem Präferenzprofil jeweils genau zwei „privilegierten“ Spieler, die den Gegenstand besitzen möchten. Der Gegenstand soll einem der privilegierten Spieler zugewiesen werden, so dass für beide die Möglichkeit besteht, den Gegenstand zu bekommen. Konstruieren Sie einen Mechanismus, der diese SCF in Nash-Gleichgewichten implementiert. (Hinweis: Betrachten Sie Mechanismen, in denen jeder Spieler den Namen eines Spielers und eine natürliche Zahl nennt.) (H☆)

Aufgabe 6 (Komitee)

Betrachten Sie ein Komitee mit drei Mitgliedern 1, 2 und 3, die eine Wahl treffen müssen zwischen drei Alternativen a, b und c . Es gebe zwei mögliche Präferenzprofile \succeq und \succeq' , in denen die Mitglieder 1 und 2 die gleichen Präferenzen besitzen:

$$\begin{array}{ll} a \succ_1 b \succ_1 c & a \succ'_1 b \succ'_1 c \\ b \succ_2 c \succ_2 a & b \succ'_2 c \succ'_2 a \\ c \succ_3 a \succ_3 b & a \succ'_3 c \succ'_3 b \end{array}$$

Betrachten Sie jetzt die SCF f , so dass $f(\succeq) = b$ und $f(\succeq') = a$.

- (a) Zeigen oder widerlegen Sie, dass f Pareto optimal ist und die Condorcet Eigenschaft erfüllt. (H)
- (b) Zeigen oder widerlegen Sie, dass f Maskin-monoton ist. (H)
- (c) Zeigen oder widerlegen Sie, dass f in Nash-Gleichgewichten implementierbar ist. (H)