Ludwig-Maximilians-Universität München **SS 2007**
Institut für Informatik **Aufgabenblatt 9**
Dr. Brandt / Fischer & Harrenstein **2. Juli 2007**

Übung zur Vorlesung Multiagentensysteme

Tutorübung: 4. Juli 2007 Abgabetermin Hausaufgaben: 11. Juli 2007

Aufgabe 1 (*Dominanzlösbare Wahlverfahren*)

Ein Wahlverfahren heißt *dominanzlösbar*, wenn die zugehörige Spielform für jedes Präferenzprofil dominanzlösbar ist. Betrachten Sie eine Situation mit drei Wählern $\{1, 2, 3\}$ und drei Alternativen $\{a, b, c\}$. Der Gewinner werde durch Pluralitätswahl bestimmt, im Falle eines Gleichstandes gewinne allerdings die von Wähler 1 gewählte Alternative. Die Präferenzen seien allgemein bekannt und definiert durch $a \succ_1 b \succ_1 c$, $c \succ_2 a \succ_2 b$ und $b \succ_3 c \succ_3 a$.

(a) Zeigen Sie, dass diese Kombination aus Spielform und Präferenzen dominanzlösbar ist. Interpretieren Sie das Ergebnis. (**T**)

(b) Zeigen oder widerlegen Sie, dass obiges Wahlverfahren dominanzlösbar ist. (**T**)

Wie Sie in Aufgabe 5 auf Blatt 5 gesehen haben, kann ein teilspielperfektes Gleichgewicht eines Spiels in extensiver Form immer auch als Lösung durch iterierte schwache Dominanz erreicht werden. Die Implementierung in teilspielperfekten Gleichgewichten bildet demnach einen Spezialfall dominanzlösbarer Wahlverfahren. Betrachten Sie nun ein weiteres Mal die SCF f aus Aufgabe 6 auf Blatt 8.

(c) Konstruieren Sie einen Mechanismus ohne Zahlungen, der f im teilspielperfekten Gleichgewicht eines extensiven Spiels implementiert. (**H**)

Aufgabe 2 (*Kollusion bei VCG*) (**H**)

Zeigen Sie, dass der VCG Mechanismus nicht sicher gegen Kollusion ist. Geben Sie dazu ein Beispiel an, in dem eine Koalition von Agenten durch gleichzeitiges Abweichen von den wahrheitsgetreuen Strategien die Summe der Nutzen der einzelnen Mitglieder erhöhen kann.

Aufgabe 3 (*Individuelle Rationalität bei VCG*) (**T**)

Eine Umgebung erfüllt *Monotonie der Auswahlmenge*, wenn sich durch das Entfernen eines Agenten die Anzahl der möglichen Alternativen nie vergrößert, d.h. wenn für alle $i \in N$, $|A_{-i}| \leq |A|$.

Eine Umgebung ist *ohne negative Externalitäten*, wenn jeder Agent nichtnegativen Nutzen von jeder Entscheidung hat, die ohne ihn getroffen wird, d.h. wenn für alle $i \in N$ und $a \in A_{-i}$, $v_i(a) \geq 0$.

Zeigen Sie, dass der VCG Mechanismus (ex-post) individuell rational ist, wenn diese beiden Eigenschaften erfüllt sind.

Aufgabe 4 (*Budgetausgleich bei VCG*)

Ein direkter Mechanismus erfüllt *schwachen Budgetausgleich*, wenn die Summe der geleisteten Zahlungen niemals negativ ist, d.h. wenn für alle $\hat{v}$, $\sum_{i \in N} p_i(\hat{v}) \geq 0$.
Eine Umgebung weist keinen *Einfluss einzelner Agenten* auf, wenn das Entfernen eines Agenten den Wert der optimalen Lösung für die anderen Agenten unabhängig von ihrer Bewertung nicht verringert, d.h. wenn für alle $i \in N$, alle Bewertungen v_j, $j \neq i$, und $a \in \operatorname{argmax}_{b \in A} \sum_j v_j(b)$ ein $a' \in A_{-i}$ existiert mit $\sum_{j \neq i} v_j(a') \geq \sum_{j \neq i} v_j(a)$.

(a) Zeigen Sie, dass der VCG Mechanismus schwachen Budgetausgleich erfüllt, wenn es keinen Einfluss einzelner Agenten gibt. (**T**)

Selbst unter obiger Bedingung ist beim VCG Mechanismus das Budget jedoch nicht (stark) ausgeglichen, d.h. die Summe der erhobenen Zahlungen ist unter Umständen strikt positiv. Betrachten Sie nun den Mechanismus, der überschüssige Zahlungen zu gleichen Teilen an die Agenten zurückzahlt, d.h.

$$p'_i(\hat{v}) = p_i(\hat{v}) - \sum_{j \in N} p_j(\hat{v}).$$

(b) Zeigen Sie durch ein Gegenbeispiel, dass dieser Mechanismus nicht strategiesicher ist. (**H**)

(c) Nehmen Sie nun an, dass die die Wertschätzungen v_i unabhängig aus einer (bekannten) Wahrscheinlichkeitsverteilung gezogen werden. Konstruieren sie einen strategiesicheren Mechanismus, dessen Budget *ex-ante* ausgeglichen ist, d.h. bei dem der Erwartungswert der Summe der geleisteten Zahlungen null ist. Begründen Sie, warum dieser Mechanismus tatsächlich die gewünschten Bedingungen erfüllt. (**H**☆)

Aufgabe 5 (*Handlungsreisende und VCG*) (**H**)

Betrachten Sie folgendes Optimierungsproblem in der Euklidischen Ebene. Es befinden sich drei Handlungsreisende an den Punkten $(0, 0)$, $(0, 5)$ und $(5, 0)$, und vier Kunden an den Punkten $(1, 4)$, $(2, 2)$, $(3, 2)$ und $(5, 2)$. Die Positionen der Kunden seien bekannt, die der Handlungsreisenden jedoch nicht. Eine Lösung bestehe aus einer Zuordnung von Handlungsreisenden zu Kunden, so dass jeder Kunde genau einem Handlungsreisenden zugeordnet ist, und jeder Handlungsreisende maximal zwei Kunden. Die Kosten eines Handlungsreisenden ergeben sind durch die (eindeutig definierte) Euklidische Länge eines Pfades durch alle Punkte seiner Kunden und zurück zum Ausgangsort. Die Gesamtkosten seien definiert als die Summe der Kosten der einzelnen Handlungsreisenden.

(a) Bestimmen Sie die Lösung mit den geringsten Gesamtkosten.

(b) Geben Sie die Präferenzen der Handlungsreisenden über den verschiedenen Lösungen an.

(c) Verwenden Sie nun den VCG Mechanismus, um die Handlungsreisenden zu einer wahrheitsgetreuen Offenlegung ihrer Präferenzen zu bewegen. Wie groß sind die Zahlungen an bzw. durch die einzelnen Handlungsreisenden? Wie groß ist die Budgetdifferenz?