

## Übungen zur Vorlesung Automatentheorie

Blatt 1

Besprechung in der Übung am 21.04.08

**Aufgabe 1:** Gegeben sei der NFA  $\mathcal{A} = (\{0, 1, 2, 3\}, \{a, b\}, 0, \delta, \{3\})$  mit

| $\delta$ | $a$ | $b$         |
|----------|-----|-------------|
| 0        | {1} | {0, 3}      |
| 1        | {0} | $\emptyset$ |
| 2        | {3} | $\emptyset$ |
| 3        | {2} | $\emptyset$ |

Geben Sie einen DFA  $\mathcal{A}'$  an, so dass  $L(\mathcal{A}) = L(\mathcal{A}')$  gilt.

**Aufgabe 2:** Geben Sie jeweils ein Verfahren an, das für gegebene reguläre Sprachen  $L$  und  $L'$  über  $\Sigma$  und ein  $w \in \Sigma^*$  das (a) Wortproblem, (b) Leerheitsproblem, (c) Universalitätsproblem, (d) Schnittproblem, (e) Äquivalenzproblem und (f) Inklusionsproblem entscheidet, falls  $L$  und  $L'$  jeweils als nichtdeterministischer Automat spezifiziert sind. Schätzen Sie auch jeweils die Komplexität Ihres Verfahrens nach oben hin ab.

**Aufgabe 3:** Sei  $\Sigma$  beliebig und  $L_n := \{w \in \Sigma^* \mid |w| = 2^n\}$  für ein  $n \in \mathbb{N}$ . Offensichtlich ist  $L_n$  regulär für jedes  $n \in \mathbb{N}$ .

- a) Zeigen Sie, dass es keine regulären Ausdrücke  $\alpha_n$  gibt, so dass  $\llbracket \alpha_n \rrbracket = L_n$  und  $|\alpha_n| = O(n)$  gilt. Dabei bezeichnet  $|\alpha|$  die syntaktische Länge des regulären Ausdrucks  $\alpha$ .

*Hinweis:* Benutzen Sie die Äquivalenz von regulären Ausdrücken und NFAs. Wie groß ist der NFA, den Sie mittels geeigneter Transformation aus einem regulären Ausdruck bekommen?

REG<sub>2</sub> erweitert die Menge der regulären Ausdrücke um den *Quadratoperator*<sup>2</sup> mit der Semantik:  $\llbracket \alpha^2 \rrbracket = \llbracket \alpha \rrbracket \llbracket \alpha \rrbracket$ .

- b) Geben Sie reguläre Ausdrücke  $\alpha_n$  mit Quadratoperatoren an, so dass für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt:  $\llbracket \alpha_n \rrbracket = L_n$  und  $|\alpha_n| = O(n)$ .