

## Übungen zur Vorlesung Automatentheorie

Blatt 10

Besprechung in der Übung am 20.06.08

**Aufgabe 28:** Konstruieren Sie einen alternierenden endliche Automaten für die Sprache  $L_n = \{ww \mid w \in \{a,b\}^* \text{ und } |w| = n\}$  für jedes  $n \in \mathbb{N}$  mit möglichst wenig Zuständen. Zeichnen Sie den Lauf (=“run-DAG”) des konstruierten Automaten für  $L_3$  auf dem Wort  $ababab$  als gerichteten azyklischen Graphen.

*Hinweis:* Mit  $n^{O(1)}$  vielen Zuständen ist relativ einfach. Es geht sogar mit  $3n+4$  Zuständen.

**Aufgabe 29:** Zeigen Sie, dass es zu jedem AFA  $A$  mit  $n$  Zuständen einen AFA  $B$  mit höchstens  $n$  Zuständen gibt, sodass  $L(B) = \Sigma^* \setminus L(A)$ . Geben Sie ein entsprechendes Konstruktionsverfahren an, und zeigen Sie dessen Korrektheit.

**Aufgabe 30:** Geben Sie ein Verfahren an zur Konstruktion eines alternierenden endlichen Automaten (AFA) für  $L = L(\mathcal{A}_1)L(\mathcal{A}_2)$  mit möglichst wenig Zuständen, wobei  $\mathcal{A}_1$  und  $\mathcal{A}_2$  zwei beliebige AFAs über endlichen Wörtern sind. Beweisen Sie, dass ihr Verfahren korrekt ist (Sie brauchen jedoch nicht beweisen, dass Ihr Verfahren bezüglich der Anzahl der Zustände optimal ist).

**Aufgabe 31:** Diskutieren Sie die Komplexität der folgenden Entscheidungsprobleme für alternierende Büchi- und alternierende co-Büchi-Automaten: Wortproblem, Leerheitsproblem, Universalitätsproblem:

Geben Sie jeweils einen möglichst effizienten Algorithmus an, der das entsprechende Problem löst. Was passiert in dem Fall, dass das Eingabealphabet nur ein Element hat?

*Bonusaufgabe:* Bestimmen Sie die Berechnungskomplexität der Entscheidungsprobleme im Sinne der Komplexitätstheorie.