

## Übungen zur Vorlesung Automatentheorie

Blatt 11

Besprechung in der Übung am 27.06.2008

**Aufgabe 32:** Sei  $L := \{w \in \{a, b\}^\omega \mid |w|_a < \infty\}$ .

- Konstruieren Sie einen NBA  $\mathcal{A}$ , so dass  $L(\mathcal{A}) = L$  gilt.
- Konstruieren Sie aus  $\mathcal{A}$  einen AcoBA  $\overline{\mathcal{A}}$ , so dass  $L(\overline{\mathcal{A}}) = \{a, b\}^\omega \setminus L$  gilt.
- Wandeln Sie Ihren AcoBA  $\overline{\mathcal{A}}$  in einen WABA  $\overline{\mathcal{A}}'$  nach dem Satz von Kupferman-Vardi um. Schätzen Sie dazu die obere Schranke an den Rang eines Knotens in einem Lauf von  $\overline{\mathcal{A}}$  möglichst gut ab.
- Geben Sie einen Lauf des NBA  $\overline{\mathcal{A}}''$  an, der aus  $\overline{\mathcal{A}}'$  mithilfe des Satzes von Miyano-Hayashi entsteht, auf dem Wort

$$ab^0ab^1ab^2ab^3a \dots = ababbabbbabbbba \dots$$

**Aufgabe 33:** Geben Sie einen Lauf des alternierenden co-Büchi-Automaten  $A_3 = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$  auf dem Wort  $aa(b)^\omega$  an, wobei  $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$ ,  $F = \{q_0, q_2\}$ , und die Übergangsfunktion gegeben ist durch  $\delta(q_0, a) = q_0 \wedge q_1$ ,  $\delta(q_0, b) = q_0$ ,  $\delta(q_1, a) = q_2$ ,  $\delta(q_1, b) = q_0$ ,  $\delta(q_2, a) = q_2$ ,  $\delta(q_2, b) = q_1 \wedge q_2$ , und bestimmen Sie die Ränge (im Sinne von Kupferman-Vardi) aller Knoten in diesem Lauf.

Finden Sie eine unendliche Familie  $A_i$  von alternierenden co-Büchi-Automaten mit jeweils  $i$  Zuständen und Wörter  $w_i$ , so dass  $A_i$  einen akzeptierenden Lauf auf  $w_i$  hat, in dem Knoten mit Rang größer als  $i$  auftreten.

*Hinweis:* Sie brauchen nicht die vollständigen Läufe anzugeben.

**Aufgabe 34:** Für welche  $k$  gewinnt *Duplicator* das Ehrenfeucht-Fraïssée-Spiel  $G_k(u, v)$  für die folgenden Wörter  $u$  und  $v$ ?

a)  $u := aabaabaaba$  und  $v := abaabaaba$

b)  $u := a^n b a^{n+1}$  und  $v := a^{n+1} b a^n$  für beliebiges  $n \in \mathbb{N}$