Institut für Informatik
der Universität München
Prof. Dr. M. Hofmann
PD Dr. M. Lange
H. Gruber

SS 08

09.05.08

Übungen zur Vorlesung
Automatentheorie

Blatt 5
Besprechung in der Übung am 16.05.08

Aufgabe 14: Konstruieren Sie einen Büchi-Automaten für die Sprache $L := \{w \in \{a, b, c\}^\omega \mid$ wenn w unendlich viele a's enthält, dann auch unendlich viele b's $\}$. Können Sie einen Büchi-Automaten für diese Sprache mit nur 3 Zuständen angeben?

Aufgabe 15: In dieser Aufgabe wollen wir uns der Robustheit der Klasse der von deterministischen Büchi-Automaten beschriebenen Sprachen widmen.

a) Sei A ein NBA, sei $L(A) \subseteq \Sigma^\omega$ die von A akzeptierte ω-reguläre Sprache und $L_{fin}(A)$ die Sprache über endlichen Wörtern, die A als "normaler" endlicher Automat interpretiert akzeptiert. Für ein ω-Wort $w \in \Sigma^\omega$ sei das Prädikat $\mathrm{adh}(A, w)$ (Adhärenz) definiert als die Eigenschaft

$$|\{\, u \in L_{fin}(A) \mid \text{ es gibt } v \in \Sigma^\omega \text{ mit } uv = w \,\}| = \infty.$$

Anders ausgedrückt: beliebig lange Anfangsstücke von w sind in $L_{fin}(A)$. Beweisen Sie, dass für jeden deterministischen Büchi-Automat A gilt:

$$\mathrm{adh}(A, w) \implies w \in L(A).$$

b) Zeigen Sie (z.B. durch Widerspruch), dass die Sprache $(a + b)^* a^\omega$ nicht von einem deterministischen Büchi-Automaten erkannt wird.

c) Beweisen Sie, dass die von deterministischen Büchi-Automaten erkannten ω-Sprachen nicht unter Komplementbildung abgeschlossen sind.

–bitte wenden–

Aufgabe 16:

a) Skizzieren Sie ein allgemeines Verfahren das für einen gegebenen NBA $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ und ein Zustandspaar (p, q) einen NFA berechnet, der die Sprache $L^F_{p,q} = \{\, x \in \Sigma^* \setminus \{\varepsilon\} \mid p \xrightarrow{x}_F q \,\}$ akzeptiert.

b) Sei $L := \{w \in \{a, b\}^\omega \mid |w|_b = \infty\}$. Berechnen Sie mithilfe des Satzes über den Komplementabschluss der Büchi-erkennbaren Sprachen einen ω-regulären Ausdruck α für $\overline{L}$.

   Hinweis: Konstruieren Sie einen minimalen und totalen NBA für L. Dazu sind nur zwei Zustände nötig. Berechnen Sie für alle Zustände p, q die regulären Sprachen $L_{p,q}$ und $L^F_{p,q}$ jeweils ohne ε. Seien dies $X_1, \ldots, X_n$. Bevor Sie die 2^n Automaten für Sprachen der Form $\{X_1, \overline{X_1}\} \cap \ldots \cap \{X_n, \overline{X_n}\}$ berechnen, überlegen Sie sich, für welche i und j bereits $X_i \cap X_j = \emptyset$ bzw. $X_i \subseteq X_j$ gilt.