Institut für Informatik
der Universität München
Prof. Dr. M. Hofmann
PD Dr. M. Lange
H. Gruber

SS 08

23.05.08

Übungen zur Vorlesung
Automatentheorie

Blatt 7
Besprechung in der Übung am 30.05.08

Aufgabe 20: In der Vorlesung wurde gezeigt, wie sich aus einem Muller-Automaten $\mathcal{A}$ mit n Zuständen und einer Endzustandskomponente der Größe k ein nicht-deterministischer Büchi-Automat $\mathcal{B}$ der Größe $O(k \cdot n \cdot 2^n)$ bauen lässt. Dieser ergibt natürlich auch einen Paritätsautomat derselben Größe mit Index 1. In dieser Aufgabe konstruieren wir aus einem Muller-Automaten $\mathcal{A}$ mit n Zuständen direkt einen Paritätsautomaten $\mathcal{B}$ der Größe $O(n \cdot n!)$ gemäß folgender Idee:

Def.: Sei Q eine Menge mit $|Q| = n$. Ein *Latest Appearance Record* (LAR) über Q ist eine Paar (l, i) bestehend aus

- einer Permutation l der Elemente von Q,
- einem Zeiger $i \in \{1, \dots, n\}$ auf eine Stelle in dieser Permutation.

Ein LAR kann folgendermaßen verwendet werden, um festzustellen, wie häufig und in welcher Reihenfolge Elemente von Q in einer Sequenz $s = s_0 s_1 s_2 \dots$ aus Q^ω auftreten. Für Position s_i der Sequenz s wird das gerade auftretende Element s_i aus der Liste des vorigen LAR entnommen, an den Anfang der Liste gesetzt, die sonstige Reihenfolge beibehalten, und mit dem Zeiger wird die Stelle markiert, aus der das Element entnommen wurde.

Sei $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, q_0, \delta, \mathcal{F})$ mit $Q = \{1, 2, \dots, n\}$ und $\mathcal{F} \subseteq 2^Q$ nun ein Muller-Automat. Definieren Sie einen Paritätsautomaten $\mathcal{B}$, dessen Zustände LARs über Q sind, der genau dieselbe Sprache wie $\mathcal{A}$ erkennt. (Diese Konstruktion ergibt ja einen noch größeren Paritätsautomaten als die in der Vorlesung vorgestellte! Gibt es auch irgendwelche Vorteile?)

Hinweis: Sei $L_1, L_2, \dots$ eine Folge von LARs. Angenommen, es gibt ein $j \in \{1, 2, \dots n\}$, so dass, ab einem bestimmten Zeitpunkt in der Folge, der Pointer der LARs irgendwann nur noch auf Stellen zwischen 1 und j zeigt. Was kann man über die einzelnen Mengen von Zuständen aussagen, die dann in den LARs auf Positionen $\{1, 2, \dots j\}$ eingetragen sind?