Ludwig-Maximilians-Universität München — SoSe 2009
Institut für Informatik
PD Dr. Martin Lange
Dipl.-Inf. Markus Latte — 25. Juni 2009

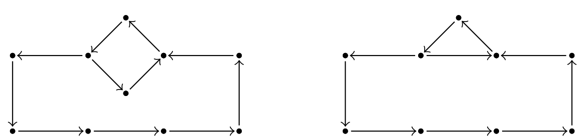
Übung zur Vorlesung
Logik für Informatiker
Übungsblatt 8
Abgabe bis Freitag, 3. Juli 2009, 12h ct. vor der Übung
Besprechung am 3. Juli 2009

Aufgabe 29. Sei τ die leere Signatur.

(a) Sei $\mathcal{N}$ die τ-Struktur $(\mathbb{N})$ und für alle $n \in \mathbb{N}$ bezeichne $\mathcal{A}_n$ die τ-Struktur $(\{0, \ldots, n-1\})$. Begründen Sie kurz, warum der Duplikator das Spiel $\mathcal{G}_n^{\mathcal{N},\mathcal{A}_n}$ gewinnt.

(b) Enthalte τ nun die Relation $<$ mit der üblichen Interpretation. Gilt die Aussage aus (a) immer noch? Wenn ja, begründen Sie dies, wenn nicht, dann geben Sie jeweils ein k an, so dass der Duplikator das Spiel $G_i^{\mathcal{N},\mathcal{A}_n}$ für alle $i \leq k$, aber der Spoiler das Spiel $G_{k+1}^{\mathcal{N},\mathcal{A}_n}$ gewinnt.

Aufgabe 30. Gegeben sind folgende Strukturen $\mathcal{A}$ und $\mathcal{B}$ über einer Signatur mit einem zweistelligen Relationsymbol E. Ein gerichtete Kanten von a nach b symbolisiert, dass (a, b) in der entsprechenden Relation liegt.



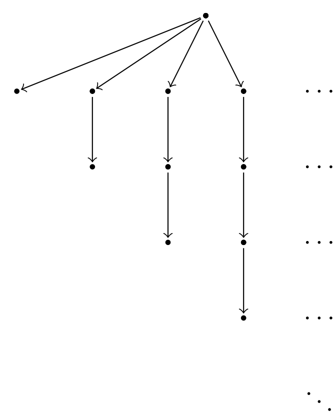
(a) Zeigen Sie, dass die beiden Strukturen nicht isomorph sind.

(b) Geben Sie einen maximalen partiellen Isomorphismus zwischen den Strukturen an.

(c) Geben Sie eine Partie mit 3 Runden an, die Spieler **D** gewinnt.

(d) Geben Sie eine Gewinnstrategie für Spieler **S** für $\mathcal{G}_3^{\mathcal{A},\mathcal{B}}$ an.

Aufgabe 31. Sei τ eine Struktur, die ein zweistelliges Relationszeichen enthält, und sei $\mathcal{A}$ folgende unendliche τ-Struktur.



Jede der "Tentakeln" in $\mathcal{A}$ ist endlich und für jedes $k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ gibt es genau eine Tentakel der Länge k. Eine gerichtete Kanten von a nach b symbolisiert, dass (a, b) in der entsprechenden Relation liegt. Finden Sie eine (abzählbare) unendliche Struktur $\mathcal{B}$, so dass

(a) einerseits $\mathcal{A} \not\simeq \mathcal{B}$, und

(b) andererseits der Spieler **D** das Spiel $\mathcal{G}_k^{\mathcal{A},\mathcal{B}}$ für jedes k gewinnt.

Aufgabe 32. Laut einem Satz der Vorlesung ist FO über rein relationalen Signaturen entscheidbar, während es keinen Algorithmus gibt, der für allgemeines FO die Erfüllbarkeit entscheidet. Andererseits kann man Funktionen aber auch durch Relationen ausdrücken und somit jede FO-Formel über beliebiger Signatur in eine erfüllbarkeitsäquivalente Formel über einer rein relationalen Signatur transformieren. Wieso liefert dies keinen Algorithmus, der Erfüllbarkeit für allgemeines FO entscheidet?