Institut für Informatik
der Universität München
Dr. J. Johannsen

WS 2000/2001

20. Oktober 2000

Übungen zur Vorlesung
Approximationsverfahren für Optimierungsprobleme

Blatt 1

Aufgabe 1: Zur asymptotischen Notation:

1. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Behauptungen:

$$2^{n+c} \in O(2^n)$$
$$2^{cn} \in O(2^n),$$
$$2^{n^2} \in O(2^{kn}) \text{ für ein geeignetes } k$$

2. Sei $\alpha : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ eine beliebige schwach monoton wachsende, aber nicht schließlich konstante Funktion, d.h. $\alpha(n+1) \geq \alpha(n)$ und für jedes n gibt es ein k derart dass $\alpha(n+k) > \alpha(n)$ ist. Zeigen Sie, dass $\alpha(n)^{\log n}$ *superpolynomial* ist: für jedes d ist $n^d \in O(\alpha(n)^{\log n})$, aber andererseits ist $\alpha(n)^{\log n} \notin n^{O(1)}$.

Aufgabe 2: Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Eine Färbung von G mit k Farben ist eine Funktion $\chi : V \to \{1, \ldots, k\}$ mit der Eigenschaft

$$\{x, y\} \in E \implies \chi(x) \neq \chi(y) \text{ für alle } x, y \in V\ .$$

Das Entscheidungsproblem k-Color ist wie folgt definiert: Eine Instanz ist ein ungerichteter Graph G, gefragt ist, ob es eine Färbung von G mit k Farben gibt.

1. 2-Color ist in **P**. Geben Sie einen Algorithmus an, der dies zeigt. [*Hinweis*: Welche Konsequenzen hat die Zuweisung einer Farbe an einen Knoten?]

2. Zeigen Sie, dass 3-Color **NP**-vollständig ist. [*Hinweis*: Geben Sie eine Reduktion von 3-Sat auf 3-Color an. Dreiecke sind für die Konstruktion nützlich.]

Abgabetermin: Freitag, 27. Oktober, 11^{30} Uhr.