Institut für Informatik
der Universität München
Dr. J. Johannsen

WS 2000/2001

8. Dezember 2000

Übungen zur Vorlesung
Approximationsverfahren für Optimierungsprobleme

Blatt 8

Aufgabe 19: Betrachten Sie das Problem MINIMUM EDGE COLORING:

Instanz:	Graph $G = (V, E)$
Lösung:	Kantenfärbung $\chi : E \to \{1, \ldots, k\}$ so dass $\chi(e) = \chi(e')$ nur falls $e \cap e' = \emptyset$, d.h. e und e' haben keinen gemeinsamen Endpunkt.
Maß:	Anzahl der Farben k

Zeigen Sie unter Verwendung der Lückentechnik, dass MINIMUM EDGE COLORING nicht in **PTAS** ist.

Hinweis: Bezeichne Δ den maximalen Grad eines Knoten in V. Offensichtlich braucht man mindestens Δ Farben. Andererseits sagt ein Satz der Graphentheorie, dass $\Delta + 1$ Farben stets ausreichen.

Aufgabe 20: Zeigen Sie, dass $\mathbf{PTAS}^\infty \subsetneq \mathbf{APX}$ ist, falls $\mathbf{P} \neq \mathbf{NP}$.

Aufgabe 21: Die Klasse $\mathbf{PCP}_{c,s}[r(n), q(n)]$ ist definiert als die Klasse aller Entscheidungsprobleme P, für die es einen $(r(n), q(n))$-beschränkten Verifikator V gibt mit

$$x \in Y_P \quad \to \quad \exists \pi \;\; \mathbb{P}_\rho[V(x, \rho, \pi) = \text{ja}] \geq c$$
$$x \in N_P \quad \to \quad \forall \pi \;\; \mathbb{P}_\rho[V(x, \rho, \pi) = \text{nein}] \geq 1 - s$$

Das **PCP**-Theorem lautet also in dieser Notation $\mathbf{NP} = \mathbf{PCP}_{1,0.5}[O(\log n), O(1)]$. Folgende schärfere Charakterisierungen von **NP** sind bekannt:

$$\begin{aligned} \mathbf{NP} &= \mathbf{PCP}_{1,0.32}[O(\log n), 9] \\ &= \mathbf{PCP}_{1,0.76}[O(\log n), 3] \\ &= \mathbf{PCP}_{0.99,0.51}[O(\log n), 3] \end{aligned}$$

Welche Schranken folgen daraus jeweils an die Approximierbarkeit von MAXIMUM 3-SATISFIABILITY ?

Abgabetermin: Mittwoch, 20. Dezember, 13^{00} Uhr.