Institut für Informatik
der Universität München
Dr. R. Matthes
Dr. J. Johannsen

WS 2000/2001

19. November 2001

Übungen zur Vorlesung
Computergestütztes symbolisches Rechnen

Blatt 1

Aufgabe 1: Berechnen Sie für $a \in \mathbb{Q}$ und $n \in \mathbb{N}$ den Quotienten aus den Polynomen $x^n - a^n$ und $x - a$.

Aufgabe 2: Entscheiden Sie jeweils, ob das Polynom f ein Element des Ideals I ist.

$$f = x^2 - 4x + 4 \quad I = \left\langle x^4 - 6x^2 + 12x - 8\,,\ 2x^3 - 10x^2 + 16x - 8 \right\rangle$$

$$f = x^3 - 1 \quad I = \left\langle x^9 - 1\,,\ x^5 + x^3 - x^2 - 1 \right\rangle$$

$$f = x^2 - 4 \quad I = \left\langle x^3 + x^2 - 4x - 4\,,\ x^3 - x^2 - 4x + 4\,,\ x^3 - 2x^2 - x + 2 \right\rangle$$

Aufgabe 3: Bestimmen Sie eine Basis des folgenden Ideals in $\mathbb{Q}[x]$:

$$I(V(x^5 - x^4 - 2x^3 + 2x^2 + x - 1, x^5 - 2x^4 + 2x^2 - x))$$

Aufgabe 4: Seien $0 \neq f, g \in K[x_1, \ldots, x_n]$ und $<$ eine Monomordnung. Zeigen Sie die folgenden Eigenschaften.

1. Ist $f + g \neq 0$, so gilt $\mathrm{multideg}(f + g) \leq \max(\mathrm{multideg}(f), \mathrm{multideg}(g))$. Falls $\mathrm{multideg}(f) \neq \mathrm{multideg}(g)$ ist, gilt sogar die Gleichheit.

2. $\mathrm{multideg}(fg) = \mathrm{multideg}(f) + \mathrm{multideg}(g)$. [*Hinweis*: Für ein Monom m ist $LT(mf) = m \cdot LT(f)$.]

Besprechung in der Übung am 22. November 2001.