Prof. Martin Hofmann
Steffen Jost

Ludwig-Maximilians-Universität München
Institut für Informatik

Wintersemester 2002/03
12. Dezember 2002

Lösungsvorschläge zur 6. Übung

Komplexitätstheorie

Lösung zu G20: Nach dem bereits in Aufgabe G17 zitierten Theorem gilt:

$$\Sigma_k^P = \{L \mid \text{Es gibt eine } \Sigma_k\text{-Turing Maschine} M \text{ mit } L = L(M)\}$$
$$\Pi_k^P = \{L \mid \text{Es gibt eine } \Pi_k\text{-Turing Maschine} M \text{ mit } L = L(M)\}$$

Insbesondere berechnen die Σ_1-Turing Maschinen damit die Sprachen der Klasse NP; die Π_1-Turing Maschinen die Sprachen der Klasse coNP.

Lösung zu G21: Siehe Theorem 3.1 in "Standard Complexity II", José Luis Balinger, Joseph Riaz, Joaquim Gabarrô, Springer Verlag.

Der Glühwein ist damit aber verloren!

Lösung zu G22: Wir konstruieren die geforderte Maschine wie folgt:

- Prüfe, ob die Eingabe genau zwei # Symbole enhlt
- Wir wählen universell ein Zeichen aus x.
- Wir wählen existenziell ein Zeichen aus y.
- Wir prüfen, ob beide Zeichen gleich sind und weisen die Eingabe ab, falls die Zeichen verschieden sind.
- Wir prüfen ob beide Zeichen gleich weit vom Wortanfang entfernt sind (Mit Hilfe der TM aus Aufgabe G21*)!

Wir versetzen das erste #-Symbol direkt hinter das gewählte Zeichen aus x und löschen alle Zeichen hinter dem gewählten Symbol aus z ($O(n)$-Schritte). Danach starten wir die Simulation der Turing Maschine aus Aufgabe G21*). Wir akzeptieren die Eingabe, falls die Simulation akzeptiert und verwerfen sonst.

Lösung zu G23:

a) Ein Spieler kann garantiert gewinnen, wenn *es* einen Zug *gibt*, so dass *für alle* folgenden Züge des Gegners erneut eine Position erreicht wird, in der der Spieler garantiert gewinnen kann.

   Das Alternieren bricht ab, sobald klar ist, wer gewonnen hat (durch nehmen des letzen Stücks).

b) Die Maschine prüft, ob $m = n$ ist, verwirft in diesem Fall und akzeptiert sonst.

c) Die alternierende Maschine baut man analog; wie die deterministische Maschine funktioniert ist aber unbekannt, man kann aber zeigen, dass es eine solchen geben muss.

Lösung zu G24: Das funktioniert analog zu G23 a):
Bei jeder existenziellen Verzweigung darf Spieler A auswählen, welcher Berechnungspfad genommen wird, bei jeder all-quantifizierten Verzweigung muss Spieler B entscheiden.

Lösung zu G25: Siehe Lösungsvorschläge zu H1 - H4.