Institut für Informatik
der Universität München
Prof. Dr. M. Hofmann
Dr. R. Matthes, M. Lange

WS 02/03

15.10.2002

Übungen zur Vorlesung
Fixpunkte

Blatt 1

Besprechung in der Übung am 24.10.2002

Aufgabe 1: Geben Sie ein Beispiel eines Verbandes an, der nicht vollständig ist. Geben Sie ein Beispiel eines booleschen Verbandes an, der nicht vollständig ist.

Aufgabe 2: Sei $(V, \leq)$ ein Verband und M eine Menge. Definieren Sie in geeigneter Weise eine Ordnungsrelation $\sqsubseteq$ auf der Menge V^M aller Funktionen von M nach V, so dass $(V^M, \sqsubseteq)$ wieder ein Verband ist.

Seien $f, g \in V^M$. Was sind $f \sqcup g$ und $f \sqcap g$? Wann ist $(V^M, \sqsubseteq)$ vollständig, distributiv, boolesch?

Aufgabe 3: Zeigen Sie: Jeder endliche Verband ist vollständig.

Aufgabe 4: Sei $\Sigma = \{a, b\}$ und $V = 2^{\Sigma^*}$. $(V, \subseteq)$ ist der Verband der formalen Sprachen über Σ. Sei

$$L_0 \;=\; \{\, a^n b^n \mid n \in \mathbb{N} \,\}$$

Definieren Sie eine Abbildung $f : V \to V$, so dass L_0 ein Fixpunkt dieser Abbildung ist, d.h. $f(L_0) = L_0$ gilt.

Ist L_0 ein kleinster Fixpunkt von f oder ein größter? Hat f noch weitere Fixpunkte? Falls ja, welche? Falls nein, dann zeigen Sie, dass L_0 der einzige Fixpunkt von f ist.