Institut für Informatik
der Universität München
Prof. Dr. M. Hofmann
Dr. R. Matthes, M. Lange

WS 02/03

15.01.2003

Übungen zur Vorlesung
Fixpunkte

Blatt 11
Besprechung in der Übung am 29.01.2003

Aufgabe 29: Definieren Sie Model Checking Spiele für $\mathcal{L}_\mu$ zwischen Spielern $\exists$ und $\forall$, so dass Spieler $\exists$ eine Gewinnstrategie für das Spiel auf s für ein LTS $T = (S, \{\xrightarrow{a}\}_{a \in Act}, L)$ mit $s \in S$ und ein $\varphi \in \mathcal{L}_\mu$ hat, gdw. $s \models \varphi$.
(Einen Korrektheitsbeweis brauchen Sie nicht zu führen.)

Aufgabe 30: Formeln der *propositionalen, dynamischen Logik* PDL sind gegeben durch

$$\varphi \ ::= \ q \ \mid \ \varphi \vee \varphi \ \mid \ \varphi \wedge \varphi \ \mid \ \langle\alpha\rangle\varphi \mid [\alpha]\varphi$$

mit $q \in Prop$.

Die Semantik von PDL Formeln ist dieselbe wie die von $\mathcal{L}_\mu$-Formeln, interpretiert über Transitionssystemen $T = (S, \{\xrightarrow{a}\}_{a \in Act}, L)$.

Jedoch sind die α nicht einfach Elemente einer endlichen Menge Act von Aktionnamen, sondern reguläre Ausdrücke darüber.

$$\varphi \ ::= \ a \ \mid \ \alpha \cup \alpha \ \mid \ \alpha;\alpha \ \mid \ \alpha^*$$

wobei $a \in Act$.

Die Transitionsrelationen $\xrightarrow{a}$ eines Transitionssystems lassen sich leicht auf reguläre Ausdrücke erweitern.

$$\begin{array}{rll}
s \xrightarrow{\alpha\cup\beta} t & \text{gdw} & s \xrightarrow{\alpha} t \text{ oder } s \xrightarrow{\beta} t \\
s \xrightarrow{\alpha;\beta} t & \text{gdw} & \exists u \in S, \text{ mit } s \xrightarrow{\alpha} u \text{ und } u \xrightarrow{\beta} t \\
s \xrightarrow{\alpha^*} t & \text{gdw} & \exists n \in \mathbb{N}, \text{ mit } s \xrightarrow{\alpha^n} t \text{ wobei} \\
 & & \forall s,t \in S : s \xrightarrow{\alpha^0} s \text{ und } s \xrightarrow{\alpha^{k+1}} t \text{ gdw } s \xrightarrow{\alpha;\alpha^k} t
\end{array}$$

Geben Sie eine Übersetzung f von PDL nach $\mathcal{L}_\mu$ an, so dass für alle Zustände s eines Transitionssystems und alle $\varphi \in$ PDL gilt:

$$s \models \varphi \qquad \text{gdw} \qquad s \models f(\varphi)$$

Was ist die Alternierungstiefe des resultierenden Fragments?