Institut für Informatik
der Universität München
Prof. Dr. M. Hofmann
Dr. R. Matthes, M. Lange

WS 02/03

5.11.2002

Übungen zur Vorlesung
Fixpunkte

Blatt 4

Besprechung in der Übung am 13.11.2002

Aufgabe 10:

1. Erweitern Sie den Satz über Iteration auf folgende Aussage: Gegeben sei eine Menge Z und Elemente $z_0, z_1 \in Z$ sowie eine Funktion $s : Z \to Z$. Dann gibt es genau eine Funktion $f : \mathbb{N} \to Z$ mit $f0 = z_0$, $f1 = z_1$ und für alle $a \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$: $f(a+1) = s(fa)$.

   Hinweis: Sie haben zwei grundsätzlich verschiedene Möglichkeiten, diese Aufgabe zu lösen, einerseits durch Erweiterung des Beweises aus der Vorlesung, andererseits durch Rückführung des Problems auf den entsprechenden Satz. Nicht erwünscht ist die Verwendung des Satzes über primitive Rekursion.

2. Was wäre eine naheliegende Verallgemeinerung der obigen Aussage?

Aufgabe 11: Definieren Sie die Fakultätsfunktion, die informell gegeben ist durch $n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$ (für $n \in \mathbb{N}$), mittels primitiver Rekursion. Vergleichen Sie sie präzise mit der Funktion $\lambda n^{\mathbb{N}}.\Gamma(n+1)$ (definiert als Funktion $g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ mit $g(n) = \Gamma(n+1)$) mit der Gamma-Funktion Γ von Aufgabe 8.

Aufgabe 12: In Fortsetzung von Aufgabe 9, definieren Sie eine Funktion $\mathsf{append} : \Sigma^* \times \Sigma^* \to \Sigma^*$ mit

$$\mathsf{append}\,\mathsf{nil}\,a = a \qquad \text{und} \qquad \mathsf{append}\,(\mathsf{cons}\,\ell\,a)\,b = \mathsf{cons}\,\ell(\mathsf{append}\,a\,b).$$

Handelt es sich dabei um eine iterative oder eine primitiv rekursive Definition für Listen (zwei Begriffe, die geeignet zu definieren wären)?