Institut für Informatik
der Universität München
Prof. Dr. M. Hofmann
Dr. R. Matthes, M. Lange

WS 02/03

3.12.2002

Übungen zur Vorlesung
Fixpunkte

Blatt 8

Besprechung in der Übung am 11.12.2002

Aufgabe 18: Seien B und τ gegeben durch

$$X_1 =_\mu X_2 \vee X_3 \qquad X_2 =_\nu X_1 \wedge X_3 \qquad X_3 =_\mu X_1 \vee X_2$$

Was ist $ad(B,\tau)$? Wer gewinnt $G(B,\tau)$? Wie sieht eine Gewinnstrategie für den Spieler aus?

Aufgabe 19: Allgemeine boolesche Ausdrücke sind gegeben durch

$$\varphi \ ::= \ 0 \mid 1 \mid X_i \mid \varphi \vee \varphi \mid \varphi \wedge \varphi \mid \neg\varphi$$

Sei b der Wahrheitswert von φ. Dann ist $1 - b$ der Wahrheitswert von $\neg\varphi$. Finden Sie ein syntaktisches Kriterium für die Existenz einer Lösung eines allgemeinen booleschen Gleichungssystems.

Aufgabe 20: Sei B ein boolesches Gleichungssystem mit Typfunktion τ. Definieren Sie ein Gleichungssystem $\overline{B}$ mit Typfunktion $\overline{\tau}$, so dass Spieler $\exists$ das Spiel $G(B,\tau)$ gewinnt gdw. Spieler $\forall$ das Spiel $G(\overline{B},\overline{\tau})$ gewinnt. Wie verhalten sich die Gewinnstrategien zueinander?

Aufgabe 21: Betrachten Sie folgenden Algorithmus `A`, der den Gewinner eines Spiels top-down berechnet. Zu Anfang sei $w(X_i) = \text{undef}$ für alle X_i.

$$\begin{array}{ll}
A(0) & = \forall \\
A(1) & = \exists \\
A(\varphi \vee \psi) & = \text{if } A(\varphi) == \exists \text{ then } \exists \text{ else } A(\psi) \\
A(\varphi \wedge \psi) & = \text{if } A(\varphi) == \forall \text{ then } \forall \text{ else } A(\psi) \\
A(X_i) & = \text{if } w(X_i) == \text{undef then} \\
& \qquad\qquad \text{if } \tau(X_i) == \mu \text{ then } w(X_i) = \forall \text{ else } w(X_i) = \exists; \\
& \qquad\qquad A(\varphi_i) \\
& \quad\ \text{else return } w(X_i)
\end{array}$$

Finden Sie ein (alternierungsfreies) Gleichungssystem mit einer Variablen X_1, für das `A` einen falschen Gewinner berechnet.