Institut für Informatik
der Universität München
Prof. Dr. M. Hofmann
Dr. J. Johannsen, Dr. M. Lange

WS 03/04

30.10.03

Übungen zur Vorlesung
Informatik I

Blatt 2

Abgabe der Hausaufgaben spätestens am 6.11.03, 11:15 Uhr. Programmieraufgaben über
`http://miles.tcs.informatik.uni-muenchen.de/info1/...`,
schriftliche Aufgaben auf Papier zu Beginn der Vorlesung. Notieren Sie Namen, Matrikelnummern und Ihre Übungsgruppe auf den Blättern. Bearbeitung in Gruppen zu max. 3 Personen ist zulässig. Besprechung der Aufgaben in den Übungen ab 10.11.03.

Schriftliche Aufgabe S-9: **6 Punkte**

Geben Sie jeweils einen Term vom Typ *bool*, aufgebaut aus den Symbolen $x, y, z, <, =, +, *, \wedge, \vee, \neg,$ $0, 1, (,)$, der folgenden Sachverhalt ausdückt, an. Dabei seien x, y und z Variablen vom Typ $\mathbb{N}$, und die Bedeutung der anderen Symbole ist wie üblich, bzw. wie in der Vorlesung angegeben.

a) Entweder x ist kleiner als y oder y ist kleiner als x.

b) Wenn x gleich y und y gleich z ist, dann ist auch x gleich z.

c) x ist kleiner als y genau dann, wenn y nicht kleiner als x ist.

d) Nur wenn x oder y den Wert 0 oder 1 hat, dann ist x mal y kleiner als x plus y.

e) x ist das Minimum von y und z.

Geben Sie jeweils an, wovon der Wert des Termes abhängt.

Schriftliche Aufgabe S-10: **4 Punkte**

Geben Sie zu jedem der folgenden Terme jeweils die Menge der freien und der gebundenen Variablen an. Dabei sei λ eine Abkürzung für **function**.

a) $\mathbf{let}\ f = \lambda(x)\ g(x)\ \mathbf{in}\ f(y)$

b) $\lambda(x, y)\ \mathbf{let}\ x = y\ \mathbf{in}\ y$

c) $\mathbf{let}\ f = \lambda(y)\ \mathbf{let}\ g = \lambda(x)\ x + x\ \mathbf{in}\ g(g(y))\ \ \mathbf{in}\ f(z)$

d) $\lambda(x)\ \mathbf{let}\ y = f(z)\ \mathbf{in}\ \ \mathbf{let}\ z = g(x)\ \mathbf{in}\ z + x + y$

– bitte wenden –

Schriftliche Aufgabe S-11: **5 Punkte**

Betrachten Sie die folgende rekursive Funktion $f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$.

$$f = \textbf{function}(x, y) \textbf{ if } y = 0 \textbf{ then } x + 1 \textbf{ else } f(f(x, y - 1), y - 1)$$

Geben Sie einen geschlossenen – d.h. nicht rekursiven – Term an, der für $n, m \in \mathbb{N}$ den Wert $f(n, m)$ hat, und beweisen Sie dies.

Hinweis: Durch Einsetzen von konkreten Werten für *eines* der Argumente kommen Sie zu einer Vermutung, die Sie dann durch Induktion beweisen sollten.

Schriftliche Aufgabe S-12: **5 Punkte**

Gegeben seien zwei Wörter $w = w_1 \dots w_n$ und $v = v_1 \dots v_m$, wobei die w_i und v_i Symbole eines beliebigen Alphabets sind. Nehmen wir an, dass es einen Datentyp *Wort* gibt, so dass w und v diesen Typ haben. Geben Sie in Pseudocode einen **rekursiven** Algorithmus vom Typ *Wort* $\times$ *Wort* $\to$ *bool* an, der entscheidet, ob v ein Präfix von w ist.

Dabei heißt v ein Präfix von w, falls $m \leq n$ ist und es ein Wort $u = u_1 \dots u_{n-m}$ gibt, so dass $vu = w$, also u angehängt an v ergibt w. Beachten Sie, dass $m = 0$ möglich ist. In diesem Fall ist v das sogenannte *leere Wort*, welches Präfix von jedem beliebigen anderen Wort ist.

Definieren Sie eine Relation $<$ auf *Wort* $\times$ *Wort*, und geben Sie eine Abstiegsfunktion für Ihren Algorithmus bzgl. dieser Ordnung an.